

**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Ambientale**  
**Anno Accademico 2009/2010**  
**Soluzioni Analitiche e Numeriche Applicate all'Ingegneria**  
**Ambientale**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 9 settembre 2010

**Esercizi.**

1. Si consideri il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - y + z = 1 \\ x - \lambda y - 2z = -1 \\ x + y + 3z = 0. \end{cases}$$

e sia dapprima  $\lambda = 3$ . Determinare la soluzione esatta ed eseguire quindi le prime cinque iterazioni con il metodo di Jacobi e con quello di Gauss-Seidel confrontandone le proprietà di convergenza in una tabella.

2. È data l'equazione trascendente

$$e^{-x} - x = 0.$$

(i) Determinare, aiutandosi con un grafico, il numero di radici nell'intervallo  $[0, 1]$ ;

(ii) costruire le prime 4 iterate del metodo di Newton a partire da una opportuna stima iniziale e del metodo di bisezione (scegliendo l'intervallo iniziale  $[0, 1]$ ) e confrontarle con una tabellina.

3. Utilizzando le differenze centrate, costruire uno schema di Eulero implicito per l'equazione del calore

$$\frac{\partial u}{\partial t} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

con le condizioni al contorno di Dirichlet omogenee e la condizione iniziale  $u(x, 0) = h(x)$ .

### Domande teoriche.

1. Illustrare il metodo di eliminazione gaussiana e la fattorizzazione  $LU$ , con e senza pivoting. Indicare anche le condizioni di applicabilità dell'eliminazione gaussiana.
2. Dare la definizione di matrice sparsa ed illustrare brevemente le situazioni in cui essa può comparire nella formulazione numerica di un problema.
3. Discutere la consistenza e la convergenza di un metodo iterativo lineare per la risoluzione di un sistema lineare.