

**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Anno Accademico 2023/2024**  
**Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 6 giugno 2024

1. L'incidenza di una certa malattia nella popolazione è del 10 %. Qual è la probabilità che su 10 persone scelte a caso almeno 2 siano malate?
2. Due variabili discrete  $X$  e  $Y$  possono assumere i valori  $\{0, 1\}$  per la  $X$  e  $\{1, 2, 3\}$  per la  $Y$ . La densità congiunta è data nella tabella. Determinare il coefficiente di correlazione.

		$Y$			
		1	2	3	
$X$	0	1/5	1/5	1/5	3/5
	1	0	1/5	1/5	2/5
		1/5	2/5	2/5	1

3. Due variabili casuali  $X$  ed  $Y$  hanno densità congiunta uniforme sul dominio

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, x \leq y \leq 0\} \cup \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$$

. Determinare

- il valore della densità;
  - le densità marginali;  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?
4. Si misura il Ph dell'acqua di 5 campioni, ottenendo i valori

6.5   7   7.5   8   8.5

Determinare l'intervallo di confidenza per la media al 90%, 95% e 99%

①

$X =$  " número de pessoas  
moletoes em  $10''$

$$X \sim B(10, p) \quad \text{ou} \quad p = 0.1$$

$$\begin{aligned} P(X > 2) &= 1 - P(X=0) - P(X=1) = \\ &= 1 - \{ (0.9)^{10} + 10(0.1)(0.9)^9 \} \approx 0.264 \end{aligned}$$

2

$$E[X] = \frac{2}{5}$$

$$E[Y] = \frac{11}{5}$$

$$E[X^2] = \frac{2}{5}$$

$$E[Y^2] = \frac{27}{5}$$

$$\text{Var}(X) = \frac{2}{5} - \frac{4}{25} = \frac{6}{25}$$

$$\text{Var}(Y) = \frac{27}{5} - \frac{121}{25} = \frac{14}{25}$$

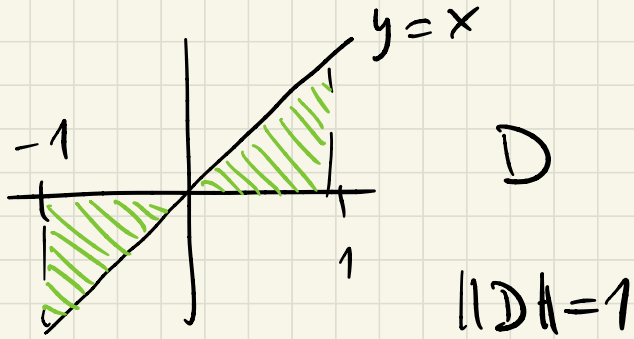
$$E[XY] = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

$$\text{Cor}(X, Y) = 1 - \frac{22}{25} = \frac{3}{25}$$

$$\rho = \frac{3/25}{\sqrt{6/25 \cdot 14/25}} = \frac{3}{\sqrt{14 \cdot 6}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{7}} \approx 0.327$$

3

Domínio :



$$\iint_D f(x,y) dx dy = 1 \Rightarrow \iint_D c dx dy = 1$$

$$\Rightarrow c = \frac{1}{||D||} = 1$$

$$f(x,y) = 1 \quad \text{em } D$$
$$= 0 \quad \text{altrimenti}$$

$$f_X(x) = \int_x^0 dy = -x \quad x < 0$$

$$= \int_0^x dy = x \quad x > 0$$

ovvero  $f_X(x) = |x| \quad -1 \leq x \leq 1$

$$f_Y(y) = \int_{-1}^y dx = y+1 \quad y < 0$$

$$= \int_y^1 dx = 1-y \quad y > 0$$

ovvero  $f_Y(y) = 1 - |y| \quad -1 \leq y \leq 1$

$$f(x,y) \neq f_X(x) f_Y(y)$$

NON SONO INDIPENDENTI

4

$$\bar{X}_n = 7.5$$

$$S_n^2 = 0.625$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = \begin{cases} 2.132 & 90\% \\ 2.776 & 95\% \\ 4.604 & 99\% \end{cases}$$

$$I_{90} = (6.746, 8.254)$$

$$I_{95} = (6.519, 8.481)$$

$$I_{99} = (5.872, 9.128)$$