

**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica**  
**Anno Accademico 2020/2021**  
**Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

Ancona, 9 settembre 2021

1. Le due variabili aleatorie  $X$  e  $Y$  hanno densità congiunta

$$f_{X,Y}(x,y) = k e^{-x}, \quad 0 \leq x < +\infty, \quad 0 \leq y \leq x \\ = 0 \quad \text{altrimenti}$$

Dopo aver calcolato il valore di  $k$ , determinare le densità marginali  $f_X$  e  $f_Y$ . Le due variabili sono indipendenti? Infine, determinare la funzione generatrice dei momenti della variabile  $X$ .

2. Sia  $X_1, X_2, \dots, X_n$  un campione di rango  $n$  estratto da una popolazione  $X$  con densità

$$f_X(x; \theta) = \frac{x}{\theta^2} e^{-x/\theta}$$

per  $x \geq 0$ , e nulla altrimenti, con  $\theta > 0$ . Determinare lo stimatore di massima verosimiglianza per  $\theta$  e dimostrare che non è distorto.

3. Una fabbrica di componenti elettroniche mette in produzione uno stock di resistenze da  $100 \Omega$ . Volendo garantire la qualità del prodotto venduto, le resistenze vengono testate e si decide di immettere sul mercato solo quelle resistenze il cui valore è compreso tra  $96$  e  $104 \Omega$ . Trovare la percentuale di componenti immesse sul mercato se le resistenze sono distribuite:

- uniformemente fra  $95$  e  $105 \Omega$ ;
- normalmente con media  $100 \Omega$  e varianza  $7 \Omega^2$ .