

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2019/2020
Calcolo delle Probabilità e Statistica Matematica
Modalità teledidattica

Nome

N. Matricola

Ancona, 21 aprile 2020

1. Due medici , diciamo A e B , condividono la stessa sala d'attesa. I numeri dei loro pazienti seguono una distribuzione di Poisson con medie $\lambda_A = 5$ e $\lambda_B = 7$ pazienti all'ora. Qual è la probabilità che nella sala d'attesa transitino almeno 3 pazienti in un quarto d'ora?

Soluzione. La distribuzione settimanale è una poissoniana con $\lambda = \lambda_A + \lambda_B = 12$ pazienti all'ora. In un quarto d'ora avremo quindi $\lambda/4 = 3$. Quindi, indicando con X la variabile che descrive i pazienti in transito nella sala d'attesa in un quarto d'ora, abbiamo

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X \leq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)) = \\ &= 1 - e^{-3} \left(1 + 3 + \frac{9}{2} \right) = 1 - \frac{17}{2} e^{-3} \approx 0.58 \end{aligned}$$

2. Una ditta che fabbrica cioccolatini li vende in scatole da 10 ciascuna. Sapendo che la frazione di cioccolatini avariati è dell'1%, qual è la probabilità che in una scatola ve ne sia più di uno avariato?

Soluzione. Indichiamo con X il numero di cioccolatini avariati in una confezione. Allora $X \sim B(n, p)$ con $n = 10$ e $p = 0.01$. Quindi

$$\begin{aligned} P(X > 1) &= 1 - P(X \leq 1) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1)) = 1 - ((1 - p)^{10} + 10p(1 - p)^9) \\ &= 1 - ((0.99)^{10} + 0.1(0.99)^9) \approx 0.0043 \end{aligned}$$

3. Una variabile casuale X segue la legge

$$f(x) = \begin{cases} Cx^4 & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- Determinare il valore di C ;

- calcolare e disegnare qualitativamente la funzione di ripartizione $F(t)$;
- quali valori può assumere la variabile?
- calcolare media e varianza di X .

Soluzione. Per trovare C abbiamo

$$1 = \int_0^1 f(x) dx = C \frac{1}{5}$$

quindi $C = 5$. La funzione di ripartizione è

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ x^5/5 & 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

La variabile può assumere tutti i valori tra 0 e 1. Momenti:

$$\begin{aligned} E[X] &= \int_0^1 x f(x) dx = 5 \int_0^1 x^5 dx = \frac{5}{6} \approx 0.83 \\ E[X^2] &= \int_0^1 x^2 f(x) dx = 5 \int_0^1 x^6 dx = \frac{5}{7} \approx 0.714 \\ Var(X) &= \frac{5}{8} - \frac{25}{49} \approx 0.0198 \end{aligned}$$

4. Le misure della durata in ore di 10 batterie sono

140, 136, 150, 144, 148, 152, 138, 141, 143, 151.

Fornire l'intervallo di confidenza al 99% per la media e per la varianza.

Soluzione. $n = 10$, $m = 144.3$, $\sigma^2 = 32.23$, $t_{0.005}(9) = 3.250$

Intervallo di confidenza per la media: [138.46, 150.35]

$\chi_{0.005}^2(9) = 23.589$, $\chi_{0.995}^2(9) = 1.735$

Intervallo di confidenza per la varianza: [12.3, 167.2]