

Esercizi sul metodo WKB

1. Determinare l'approssimazione WKB della soluzione generale dell'equazione differenziale

$$\epsilon^2 y'' - x^2 y = 0$$

nell'intervallo $a < x < b$, con $a > 0$ e $b > a$.

2. Usando il metodo WKB, determinare gli autovalori ϵ_n dell'equazione differenziale

$$\epsilon^2 y'' + x^4 y = 0$$

con condizioni al contorno $y(1) = y(2) = 0$.

3. Usando il metodo WKB, determinare gli autovalori ϵ_n dell'equazione differenziale

$$\epsilon^2 y'' + (\cos^2 x) y = 0$$

con condizioni al contorno $y(3\pi/4) = y(5\pi/4) = 0$.

4. Determinare l'approssimazione WKB della soluzione generale dell'equazione differenziale

$$\epsilon^2 y'' + (\sin^2 x) y = 0$$

nell'intervallo $5\pi/4 \leq x \leq 7\pi/4$. Determinare quindi la soluzione particolare avente condizioni al contorno $y(5\pi/4) = 0$ e $y(7\pi/4) = 1$ nel caso

$$\epsilon = \frac{2\sqrt{2}}{5\pi}.$$