Esercizi sulle scale multiple

1. E' data l'equazione differenziale

$$\epsilon y''(t') + y'(t') + y(t') = 0$$

per la funzione incognita $y(t')$, con le condizioni iniziali $y(0) = 0$ ed $y'(0) = 1$. Dopo aver trasformato la variabile indipendente t' in $t = \epsilon t'$, si determini la soluzione perturbativa, approssimata all'ordine zero in ϵ per $\epsilon \to 0$, mediante lo sviluppo in scale multiple. Perche' si e' dovuta effettuare la trasformazione $t = \epsilon t'$?

2. E' data l'equazione differenziale

$$\ddot{u} + u + \epsilon u^n = 0$$

per la funzione incognita $u(t)$, con n intero. Determinare per quali valori di n lo sviluppo perturbativo diretto contiene termini secolari. Quindi, posto $n = 5$, usare il metodo delle scale multiple per determinare l'approssimazione della soluzione all'ordine zero in ϵ.

3. Usando il metodo delle scale multiple, determinare un'approssimazione uniforme della soluzione generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{u} + \omega_0^2 u + 2\epsilon\mu u^2 \dot{u} + \epsilon u^3 = 0.$$

4. Usando il metodo delle scale multiple, determinare un'approssimazione uniforme della soluzione generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y + \epsilon \dot{y} y^2 = 0.$$

5. Usando il metodo delle scale multiple, determinare un'approssimazione uniforme della soluzione generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + \omega_0^2 y - \epsilon \dot{y}^2 y = 0.$$

6. Usando il metodo delle scale multiple, determinare un'approssimazione uniforme della soluzione generale dell'equazione differenziale

$$\ddot{y} + \omega_0^2 \frac{y}{1 + \epsilon y^2} = 0.$$