# Esercizi sulle equazioni differenziali

1. Determinare i coefficienti dello sviluppo in serie di potenze (Taylor o Frobenius) dell'equazione differenziale $y'' - xy = 0$ attorno all'origine $x = 0$. (E' sufficiente trovare la relazione di ricorrenza.)

2. Determinare i coefficienti dello sviluppo in serie di potenze (Taylor o Frobenius) dell'equazione differenziale $4xy'' + 2y' - y = 0$ attorno all'origine $x = 0$. (E' sufficiente trovare la relazione di ricorrenza.)

3. Dire per quali valori di $n$ l'origine $x = 0$ e' un punto singolare dell'equazione differenziale $x^n y'' = y$. Determinare quindi l'andamento asintotico delle soluzioni per $x \to 0$.

4. Determinare i coefficienti dello sviluppo in serie di potenze (Taylor o Frobenius) dell'equazione differenziale $y'' + y' - 2xy = 0$ attorno all'origine $x = 0$. (E' sufficiente trovare la relazione di ricorrenza.)

5. Determinare e classificare i punti singolari dell'equazione differenziale $x^4 y'' + 2x^3 y' - y = 0$. Determinare quindi l'andamento asintotico delle soluzioni per $x \to 0$.

6. Mediante uno sviluppo in serie attorno all'origine, determinare due soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione differenziale
$$xy'' - y = 0.$$

7. Determinare e classificare i punti singolari al finito dell'equazione differenziale
$$2xy'' + 3y' + 2y = 0.$$
Mediante uno sviluppo in serie attorno all'origine, determinarne quindi due soluzioni linearmente indipendenti.

8. Determinare e classificare i punti singolari al finito dell'equazione differenziale
$$9x^2 y'' + 2y = 0.$$
Mediante uno sviluppo in serie attorno all'origine, determinarne quindi due soluzioni linearmente indipendenti.

9. Determinare e classificare i punti singolari al finito dell'equazione differenziale
$$x^3 y'' + xy' - y = 0.$$
Determinare quindi gli andamenti asintotici per $x \to 0$ delle due soluzioni linearmente indipendenti.

10. Determinare e classificare i punti singolari al finito dell'equazione differenziale
$$x^4 y'' - 2y' + y = 0.$$
Determinare quindi gli andamenti asintotici per $x \to 0$ delle due soluzioni linearmente indipendenti.

11. Classificare il punto all' infinito dell'equazione differenziale
$$xy'' + y = 0.$$
Determinare quindi gli andamenti asintotici per $x$ grande delle due soluzioni linearmente indipendenti.

12. Classificare il punto all' infinito dell'equazione differenziale

$$4x^2y'' + 8xy' - (4x^3 + 3)y = 0.$$

Determinare quindi gli andamenti asintotici per $x$ grande delle due soluzioni linearmente indipendenti.