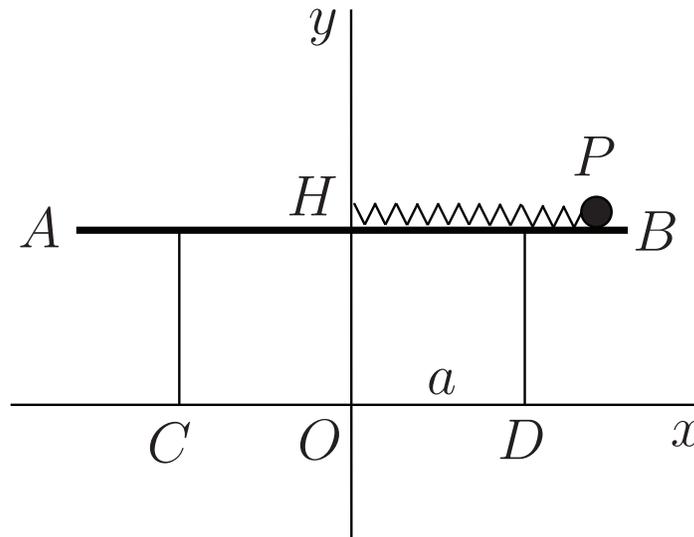


**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2019/2020**  
**Meccanica Razionale - Appello del 14/07/2020**  
**Appello svolto in modalità a distanza**

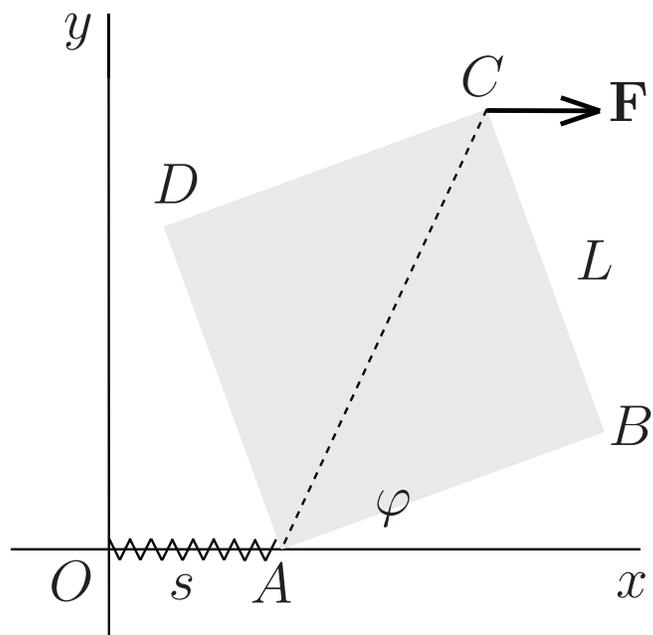
Nome .....  
N. Matricola .....

Ancona, 14 luglio 2020

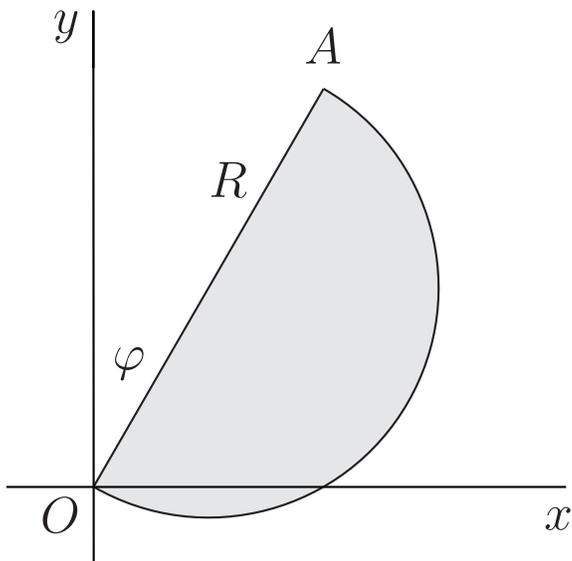
1. (7 punti) Un'asta  $AB$  di lunghezza  $L$  e massa  $M$  è vincolata a rimanere sul piano verticale  $O(x, y)$  ed è appoggiata sull'asse  $x$  parallelamente ad esso mediante due sbarrette prive di massa nei punti  $C$  e  $D$ , simmetrici rispetto all'origine ed a distanza  $a < L$  da essa. Il punto medio dell'asta  $H$  sta sull'asse  $y$ . Sull'asta scorre senza attrito un punto  $P$  di massa  $m$ , collegato al punto  $H$  da una molla di costante elastica  $k > 0$ . Se all'istante iniziale il punto  $P$  si trova in  $H$  con velocità  $v > 0$ , si chiede:
- qual è il massimo valore di  $v$  per cui l'asta rimane appoggiata?
  - quale relazione deve esistere tra  $a$  ed  $L$  affinché  $P$  fuoriesca dall'asta prima che questa si ribalti?



2. (9 punti) Una lamina quadrata  $ABCD$  di lato  $L$  e massa  $M$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , il vertice  $A$  vincolato a scorrere senza attrito sull'asse  $x$ , e libera di ruotare attorno ad  $A$ . Una molla di costante  $k > 0$  collega il vertice  $A$  con l'origine  $O$  ed una forza costante  $\mathbf{F} = F\hat{\mathbf{i}}$  è applicata al vertice  $C$  opposto ad  $A$ . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità usando come coordinate lagrangiane l'ascissa  $s$  di  $A$  e l'angolo  $\varphi$  che la diagonale  $AC$  forma con l'asse  $x$ .



3. (9 punti) Nel sistema di riferimento solidale  $O(x, y, z)$ , con l'asse  $z$  ortogonale al piano della figura, calcolare la matrice d'inerzia del semicerchio di massa  $m$  e raggio  $R$  ivi mostrato. Il diametro  $OA$  forma un angolo  $\varphi = \pi/6$  con l'asse  $y$ .



*Non si possono usare le formule notevoli dei momenti d'inerzia.*

4. (5 punti) Un'asta  $AB$  di lunghezza  $L$  si muove sul piano  $O(x, y)$ . Gli estremi  $A$  e  $B$  sono vincolati alle estremità di due sbarrette uguali,  $OA$  e  $CB$ , con  $C$  sull'asse  $x$  a distanza  $L$  da  $O$ . Le due sbarrette ruotano con ugual velocità angolare  $\omega$  (costante) attorno ai loro estremi  $O$  e  $C$  rispettivamente. Determinare per via geometrica il centro istantaneo di rotazione dell'asta.

