

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2018/2019**  
**Meccanica Razionale - Appello del 8/1/2019**

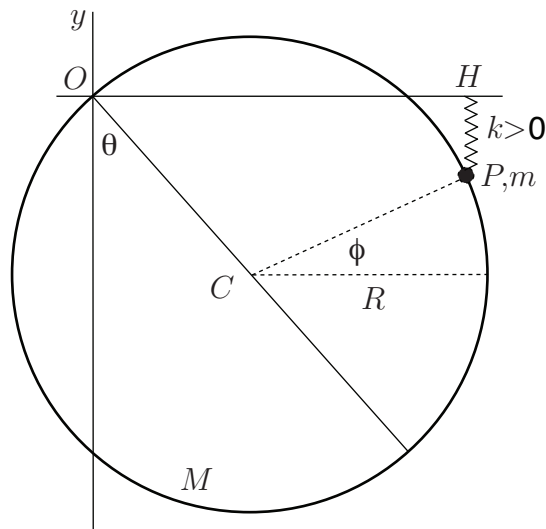
Nome .....  
 N. Matricola .....

Ancona, 8 gennaio 2019

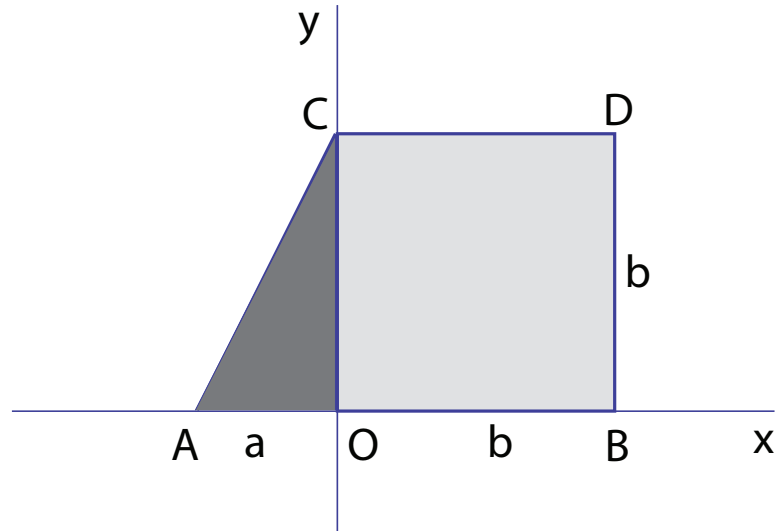
1. Una circonferenza di centro  $C$ , raggio  $R$  e massa  $M$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$  ed è sospesa al punto  $O$  del suo bordo. Un punto  $P$  di massa  $m$  scorre senza attrito sulla circonferenza ed è collegato alla sua proiezione  $H$  sull'asse  $x$  da una molla di costante elastica  $k > 0$ . Scegliendo le coordinate lagrangiane  $\theta$  e  $\varphi$  mostrate in figura ( $\theta$  è l'angolo che  $C - O$  forma con l'asse  $y$  e  $\varphi$  l'angolo che  $P - C$  forma con l'asse  $x$ ), si chiede di

- (3 punti) scrivere l'energia potenziale del sistema;
- (6 punti) scrivere l'energia cinetica del sistema;
- (2 punti) scrivere le equazioni di Lagrange;
- (6 punti) determinare le configurazioni di equilibrio;
- (4 punti) studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio con

$$\frac{m g}{k R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{M}{m} = \sqrt{3} - 1.$$



2. (10 punti) Nel sistema di riferimento  $O(x, y, z)$  indicato in figura, calcolare la matrice d'inerzia del trapezio non omogeneo  $ABDC$  di massa  $M$ , base maggiore  $AB = a + b$ , con  $OA = a$  e  $OB = b$ , altezza  $OC = b$ , avente la base  $AB$  sull'asse  $x$  e l'altezza  $OC$  sull'asse  $y$ ; inoltre, il triangolo  $OAC$  abbia densità doppia di quella del quadrato  $OBDC$ . Determinare quindi la terna principale d'inerzia con origine in  $O$ .



*Non si possono usare le formule notevoli dei momenti d'inerzia.*

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2017/2018**  
**Meccanica Razionale - Appello del 8/1/2019**

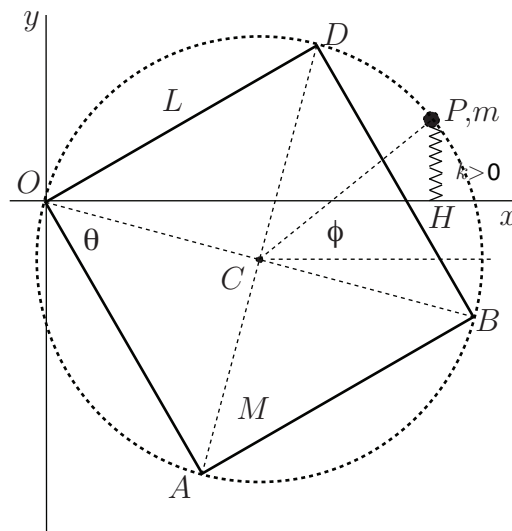
Nome .....  
 N. Matricola .....

Ancona, 8 gennaio 2019

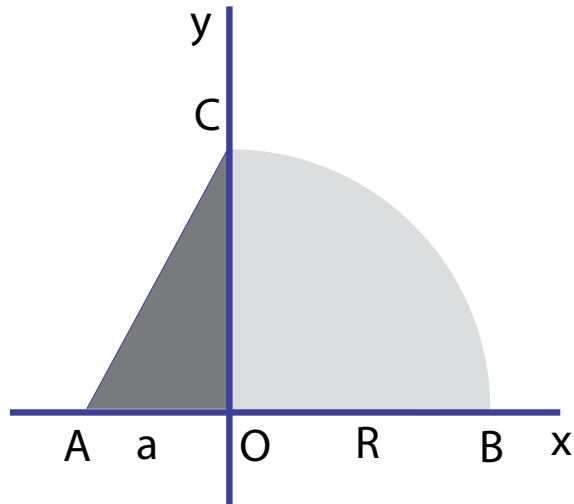
1. Un contorno quadrato  $OABD$  di centro  $C$ , lato  $L$  e massa  $M$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$  ed è sospeso al suo vertice  $O$ . Un punto  $P$  di massa  $m$  scorre senza attrito sulla circonferenza circoscritta ed è collegato alla sua proiezione  $H$  sull'asse  $x$  da una molla di costante elastica  $k > 0$ . Scegliendo le coordinate lagrangiane  $\theta$  e  $\varphi$  mostrate in figura ( $\theta$  è l'angolo che  $C - O$  forma con l'asse  $y$  e  $\varphi$  l'angolo che  $P - C$  forma con l'asse  $x$ ), si chiede di

- (3 punti) scrivere l'energia potenziale del sistema;
- (6 punti) scrivere l'energia cinetica del sistema;
- (2 punti) scrivere le equazioni di Lagrange;
- (6 punti) determinare le configurazioni di equilibrio;
- (4 punti) studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio con

$$\frac{m g}{k R} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{M}{m} = \sqrt{3} - 1.$$



2. (10 punti) Nel sistema di riferimento  $O(x, y, z)$  indicato in figura, calcolare la matrice d'inerzia di una lamina non omogenea costituita da un quarto di cerchio di raggio  $OB = OC = R$  e dal triangolo rettangolo  $AOC$  di cateti  $AO = a$  e  $OC = R$ , con  $AB$  sull'asse  $x$  e  $OC$  sull'asse  $y$ . Sia  $M$  la massa della lamina, con il triangolo  $OAC$  di densità doppia di quella del quarto di cerchio  $OBC$ . Determinare quindi la terna principale d'inerzia con origine in  $O$ .



*Non si possono usare le formule notevoli dei momenti d'inerzia.*