# Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
# Anno Accademico 2017/2018
# Meccanica Razionale - Prova teorica del 21/6/2018

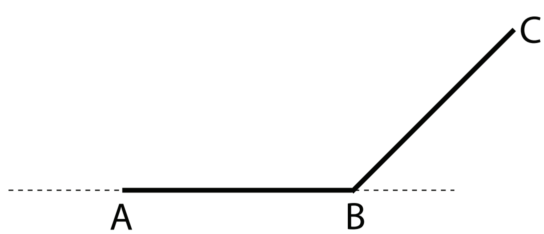
**Prova teorica - A**

Nome ......................................

N. Matricola ......................................                    Ancona, 21 giugno 2018

1. *(i)* Enunciare e dimostrare il Teorema di Huygens per la matrice d'inerzia completa. Da questo, ricavare il teorema degli assi paralleli.

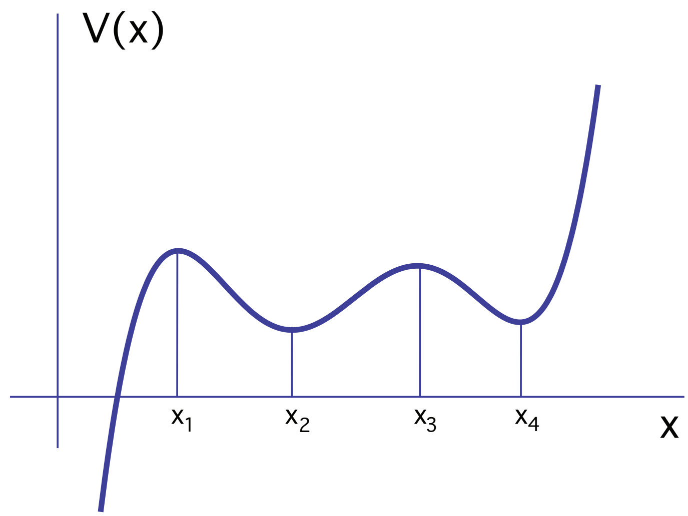
   *(ii)* Calcolare il momento d'inerzia del sistema in figura, costituito da due aste $AB$ e $BC$, di ugual lunghezza $l$ e massa $m$, saldate a $\pi/4$ come in figura, rispetto ad una retta ortogonale al piano contenente le due aste e passante per il centro di massa del sistema.




   Si usi il momento d'inerzia notevole di un'asta rispetto ad una retta passante per un estremo e perpendicolare all'asta, $I = m\,l^2/3$.

2. *(i)* Enunciare il criterio di Dirichlet sulla la stabilità delle configurazioni di equilibrio e giustificarlo per un sistema ad un solo grado di libertà usando la conservazione dell'energia.

*(ii)* È data l'energia potenziale in figura. Identificare le configurazioni di equilibrio e le loro proprietà di stabilità; disegnare qualitativamente il riratto di fase.



**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**
**Anno Accademico 2017/2018**
**Meccanica Razionale - Prova teorica del 21/6/2018**

**Prova teorica - B**

Nome ......................................

N. Matricola ......................................

Ancona, 21 giugno 2018

1. *(i)* Enunciare e dimostrare le formule di Poisson e ricavare la formula fondamentale dei moti rigidi. Partendo da questa, dire quando un moto si dice traslatorio, quando rotatorio e quando rototraslatorio.

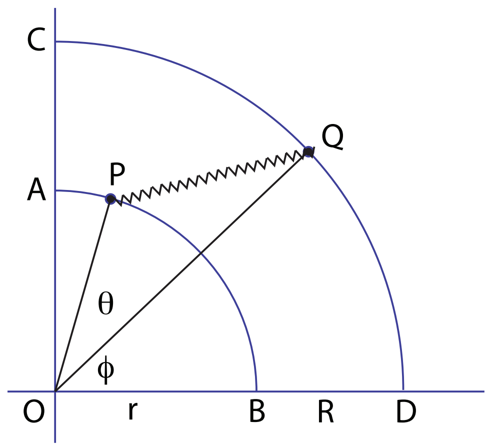
   *(ii)* Determinare il campo di velocità caratterizzato dai vettori

$$\boldsymbol{v}(O') = v\,(\widehat{\mathbf{i}} - \widehat{\mathbf{j}}) \qquad \boldsymbol{\omega} = \omega\,(\widehat{\mathbf{i}} + \widehat{\mathbf{j}});$$

   verificare che è un campo piano e determinare il piano di giacitura.

2. *(i)* Enunciare e dimostrare le equazioni cardinali della dinamica.

*(ii)* Due punti $P$ e $Q$ di ugual massa $m$ si muovono senza attrito sui due quarti di circonferenza $AB$ e $CD$ (mostrati in figura), di raggi $OA = OB = r$ e $OC = OD = R$ su un piano **ORIZZONTALE**. Essi sono inoltre collegati da una molla di costante elastica $k > 0$. Siano $\theta$ e $\varphi$ le coordinate angolari rispettivamente di $P$ e $Q$. Individuare tutte le forze agenti sul sistema; quindi, supponendo che inizialmente i due punti si trovino sull'asse $y$ con velocità $\boldsymbol{v}(P) = 0$ e $\boldsymbol{v}(Q) = v\,\hat{\mathbf{i}}$, determinare la relazione tra le velocità generalizzate $\dot{\theta}$ e $\dot{\varphi}$ utilizzando le equazioni cardinali della dinamica.



**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**
**Anno Accademico 2017/2018**
**Meccanica Razionale - Prova teorica del 21/6/2018**

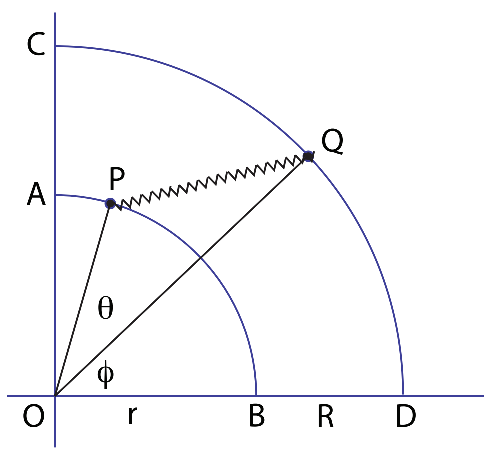
**Prova teorica - C**

Nome .....................................

N. Matricola ..................................... Ancona, 21 giugno 2018

1. *(i)* Enunciare e dimostrare le equazioni di Lagrange per i sistemi conservativi.

   *(ii)* Due punti $P$ e $Q$ di ugual massa $m$ si muovono senza attrito sui due quarti di circonferenza $AB$ e $CD$ (mostrati in figura), di raggi $OA = OB = r$ e $OC = OD = R$ su un piano **ORIZZONTALE**. Essi sono inoltre collegati da una molla di costante elastica $k > 0$. Siano $\theta$ e $\varphi$ le coordinate angolari rispettivamente di $P$ e $Q$. Supponendo che inizialmente i due punti si trovino sull'asse $y$ con velocità $\boldsymbol{v}(P) = 0$ e $\boldsymbol{v}(Q) = v\,\widehat{\mathbf{i}}$, determinare la relazione tra le velocità generalizzate $\dot{\theta}$ e $\dot{\varphi}$ utilizzando le equazioni di Lagrange.



2. *(i)* Trattare in modo esauriente i moti rigidi piani, dimostrando tutte le affermazioni.

*(ii)* Un'asta $PQ$ si muove su un piano in modo tale che i suoi estremi si trovino sempre alla stessa distanza da due punti fissi $A$ e $B$, con $AP = L$ e $QB = l$. Determinare il centro di istantanea rotazione nei tre casi $L = l$, $L > l$ e $L < l$.