

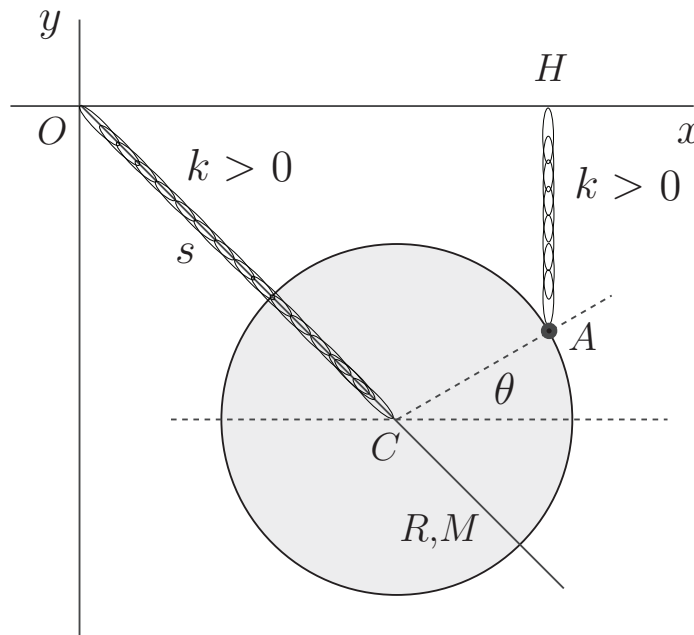
**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica**  
**Anno Accademico 2015/2016**  
**Meccanica Razionale**

Nome .....  
N. Matricola .....

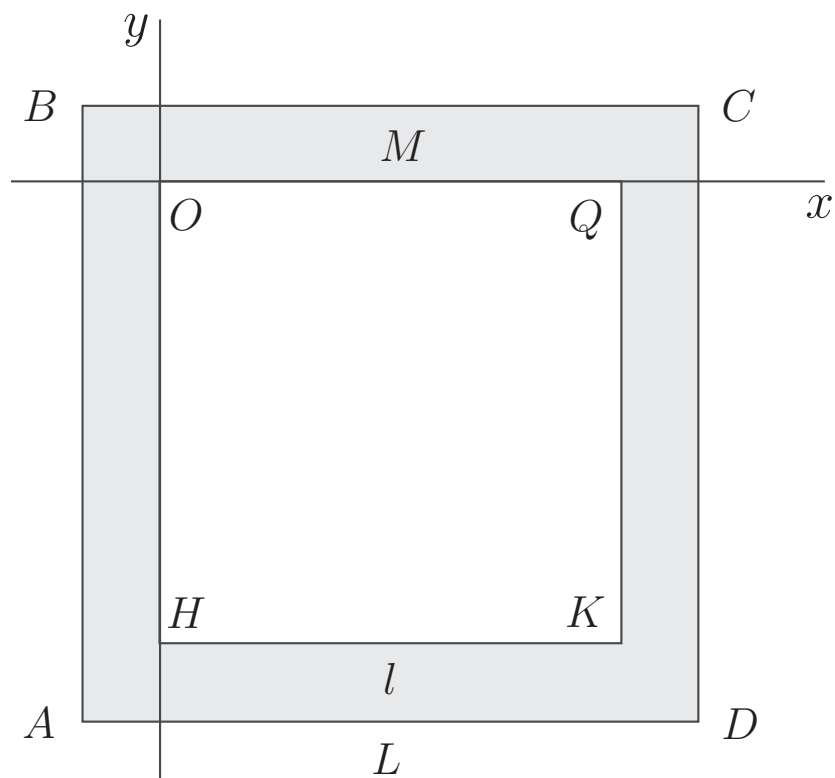
Ancona, 7 settembre 2016

1. Un disco di massa  $M$ , centro  $C$  e raggio  $R$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , libero di ruotare attorno al suo centro  $C$ , a sua volta libero di scorrere senza attrito sulla retta bisettrice del II e IV quadrante; due molle di ugual costante  $k > 0$  collegano il punto del bordo  $A$  con il punto  $H$ , proiezione ortogonale di  $A$  sull'asse  $x$ , e il centro  $C$  con l'origine  $O$ . Infine, sul centro  $C$  agisce una forza viscosa di costante  $\lambda > 0$ . Scegliendo quali coordinate lagrangiane i parametri  $s$  (la distanza con segno di  $C$  da  $O$  considerata positiva quando  $C$  sta sotto di  $O$ ) e  $\theta$  (l'angolo che il vettore  $A - C$  forma con la direzione orizzontale) come indicati in figura, si chiede di:

- scrivere l'energia cinetica del sistema;
- scrivere l'energia potenziale del sistema;
- scrivere le forze generalizzate non conservative;
- scrivere le equazioni di Lagrange;
- dimostrare che sono possibili moti in cui l'angolo  $\theta$  rimane costante mentre  $s$  varia nel tempo e determinarne l'equazione oraria nel caso  $\lambda = 0$ .



2. Una lamina piana di massa  $M$  è costituita da un quadrato  $ABCD$  di lato  $L$  privato di un quadrato concentrico  $HOQK$  lato  $l$ , i cui lati sono disposti parallelamente a quelli del quadrato più grande (vedi figura). Calcolare la matrice d'inerzia della lamina nel sistema  $O(x, y, z)$  mostrato in figura, con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della lamina. Non si possono usare le formule dei momenti d'inerzia notevoli svolte durante il corso.



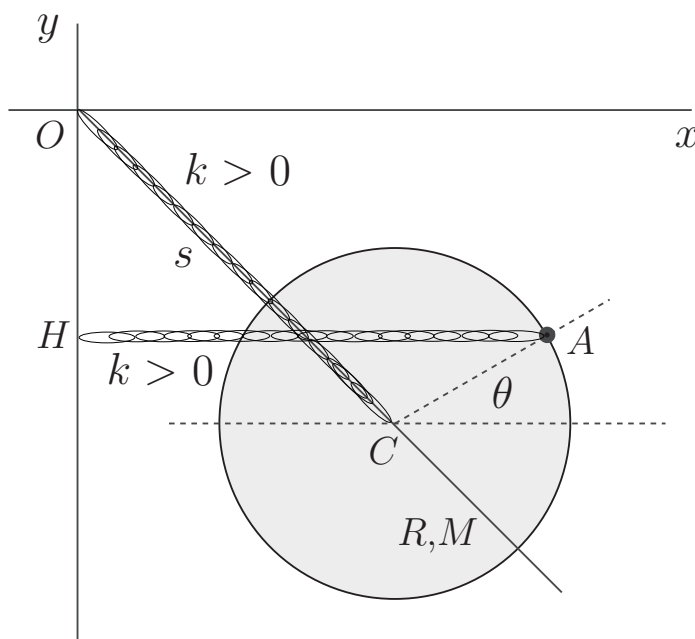
**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica e corsi V.O.  
Anno Accademico 2015/2016  
Meccanica Razionale**

Nome .....  
N. Matricola .....

Ancona, 7 settembre 2016

1. Un disco di massa  $M$ , centro  $C$  e raggio  $R$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , libero di ruotare attorno al suo centro  $C$ , a sua volta libero di scorrere senza attrito sulla retta bisettrice del II e IV quadrante; due molle di ugual costante  $k > 0$  collegano il punto del bordo  $A$  con il punto  $H$ , proiezione ortogonale di  $A$  sull'asse  $y$ , e il centro  $C$  con l'origine  $O$ . Infine, sul centro  $C$  agisce una forza viscosa di costante  $\lambda > 0$ . Scegliendo quali coordinate lagrangiane i parametri  $s$  (la distanza con segno di  $C$  da  $O$  considerata positiva quando  $C$  sta sotto di  $O$ ) e  $\theta$  (l'angolo che il vettore  $A - C$  forma con la direzione orizzontale) come indicati in figura, si chiede di:

- scrivere l'energia cinetica del sistema;
- scrivere l'energia potenziale del sistema;
- scrivere le forze generalizzate non conservative;
- scrivere le equazioni di Lagrange;
- dimostrare che sono possibili moti in cui l'angolo  $\theta$  rimane costante mentre  $s$  varia nel tempo e determinarne l'equazione oraria nel caso  $\lambda = 0$ .



2. Una lamina piana di massa  $M$  è costituita da un quadrato  $ABCD$  di lato  $L$  privato di un quadrato concentrico  $HOQK$  lato  $l$ , i cui lati sono disposti parallelamente a quelli del quadrato più grande (vedi figura). Calcolare la matrice d'inerzia della lamina nel sistema  $O(x, y, z)$  mostrato in figura, con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della lamina. Non si possono usare le formule dei momenti d'inerzia notevoli svolte durante il corso.

