

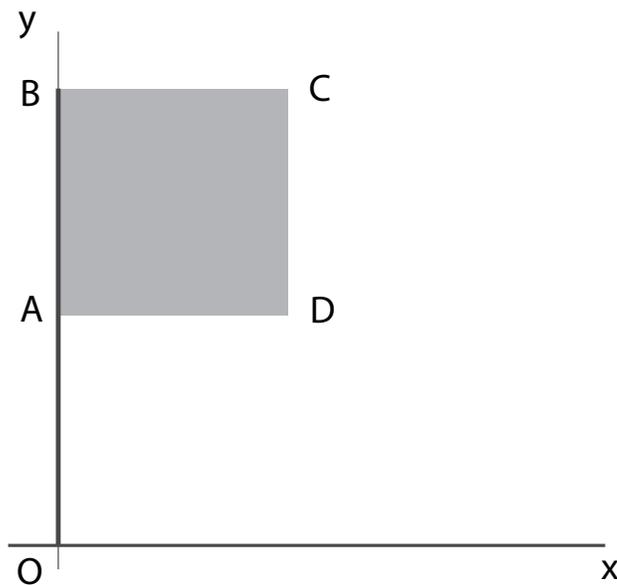
**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica e corsi V.O.**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Meccanica Razionale, Fisica Matematica**

Nome .....

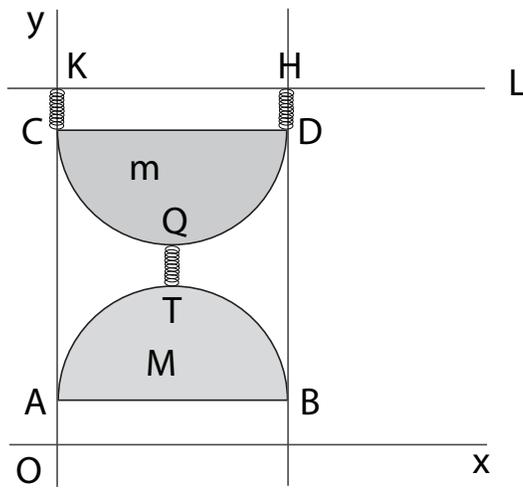
N. Matricola .....

Ancona, 5 aprile 2014

1. Un sistema materiale è costituito da un'asta  $OB$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  cui è saldato un quadrato  $ABCD$  di massa  $M$  e lato  $l$  con  $L = 2l$ , con il lato  $AB$  lungo l'asta. Calcolare la matrice d'inerzia del sistema rispetto alla terna  $O(x, y, z)$  mostrata in figura. Calcolare quindi le direzioni principali d'inerzia con l'origine in  $O$ .



2. Un sistema materiale, che si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , è costituito da due semidischi, di diametri  $AB$  e  $CD$ , di raggio  $R$  e masse  $M$  ed  $m$ ; gli estremi diametrali  $A$  e  $C$  scorrono senza attrito lungo l'asse  $y$ , mentre  $B$  e  $D$  scorrono lungo la retta di equazione  $x = 2R$ ; i punti  $A$  e  $B$  rimangono sempre alla stessa quota e così pure  $C$  e  $D$ . Una molla di costante  $k > 0$  collega i punti  $Q$  e  $T$  dei bordi, situati sulla verticale dei centri, mentre altre due molle di costante  $k > 0$  collegano i punti  $C$  e  $D$  con i punti  $K$  e  $H$ , proiezioni di  $C$  e  $D$  sulla retta  $y = L$ , con  $L > 4R$ . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.  
(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio con le equazioni cardinali della statica).



3. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sugli estremi diametrali  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

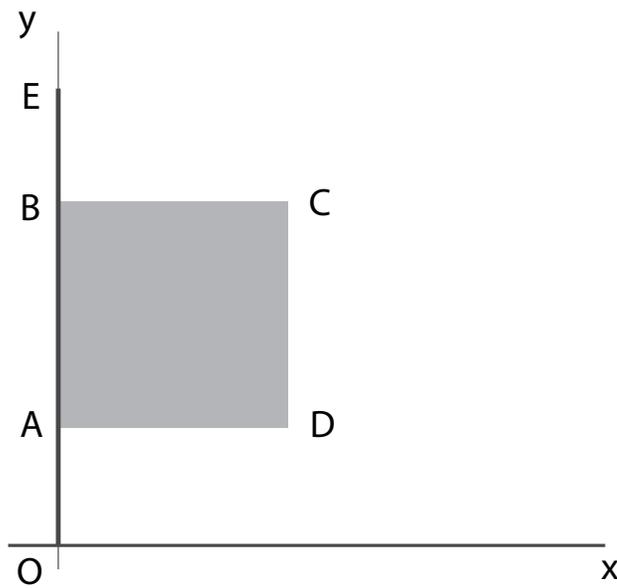
(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto con le equazioni cardinali della dinamica).

**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica e corsi V.O.**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Meccanica Razionale, Fisica Matematica**

Nome .....  
N. Matricola .....

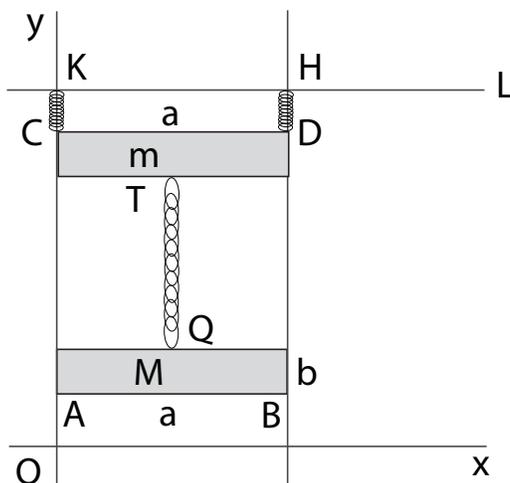
Ancona, 5 aprile 2014

1. Un sistema materiale è costituito da un'asta  $OE$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  cui è saldato un quadrato  $ABCD$  di massa  $M$  e lato  $l$  con  $L = 2l$ , con il lato  $AB$  lungo l'asta in modo che  $OA = BE$ . Calcolare la matrice d'inerzia del sistema rispetto alla terna  $O(x, y, z)$  mostrata in figura. Calcolare quindi le direzioni principali d'inerzia con l'origine in  $O$ .



2. Un sistema materiale, che si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , è costituito da due lamine rettangolari, di dimensioni  $a$  e  $b$  (con  $a > b$ ) e masse  $M$  ed  $m$ ; i lati corti scorrono senza attrito lungo l'asse  $y$  e lungo la retta di equazione  $x = a$ . Una molla di costante  $k > 0$  collega i punti medi  $T$  e  $Q$  dei lati lunghi come mostrato in figura, mentre altre due molle di costante  $k > 0$  collegano i punti  $C$  e  $D$  con i punti  $K$  e  $H$ , proiezioni di  $C$  e  $D$  sulla retta  $y = L$ , con  $L > 2b$ . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.

(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio con le equazioni cardinali della statica).



3. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sui vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto con le equazioni cardinali della dinamica).

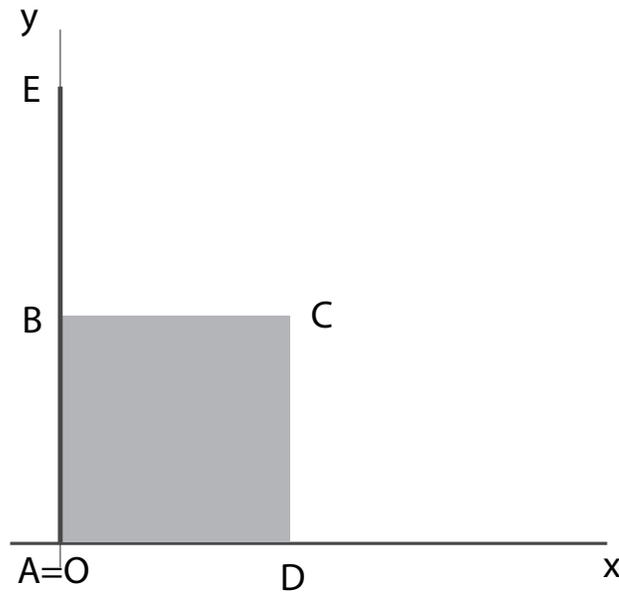
**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica e corsi V.O.**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Meccanica Razionale, Fisica Matematica**

Nome .....

N. Matricola .....

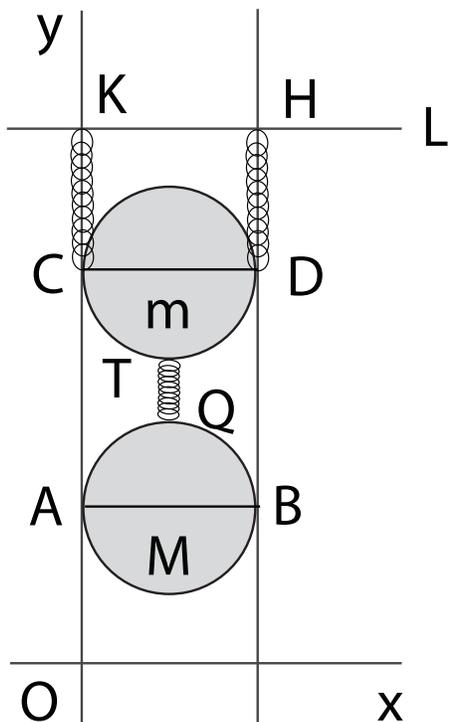
Ancona, 5 aprile 2014

1. Un sistema materiale è costituito da un'asta  $AE$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  cui è saldato un quadrato  $ABCD$  di massa  $M$  e lato  $l$  con  $L = 2l$ , con il lato  $AB$  lungo l'asta. Calcolare la matrice d'inerzia del sistema rispetto alla terna  $O(x, y, z)$  mostrata in figura, dove  $O = A$ . Calcolare quindi le direzioni principali d'inerzia con origine in  $O$ .



2. Un sistema materiale, che si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , è costituito da due dischi, di diametri  $AB$  e  $CD$ , di raggio  $R$  e masse  $M$  ed  $m$ ; gli estremi diametrali  $A$  e  $C$  scorrono senza attrito lungo l'asse  $y$ , mentre  $B$  e  $D$  scorrono lungo la retta di equazione  $x = 2R$ ; i punti  $A$  e  $B$  rimangono sempre alla stessa quota e così pure  $C$  e  $D$ . Una molla di costante  $k > 0$  collega i punti  $Q$  e  $T$  dei bordi situati sulla verticale dei centri, mentre altre due molle di costante  $k > 0$  collegano i punti  $C$  e  $D$  con i punti  $K$  ed  $H$ , proiezioni di  $C$  e  $D$  sulla retta  $y = L$ , con  $L > 4R$ . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.

(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio con le equazioni cardinali della statica).



3. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sugli estremi diametrali  $A, B, C$  e  $D$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

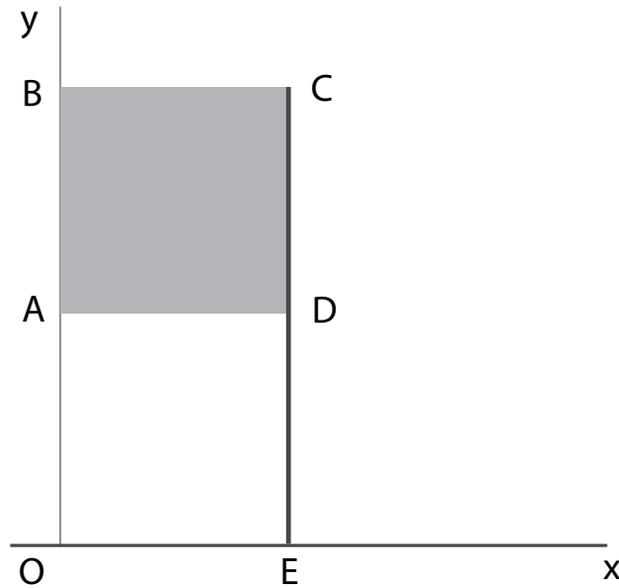
(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto con le equazioni cardinali della dinamica).

**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica e corsi V.O.**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Meccanica Razionale, Fisica Matematica**

Nome .....  
N. Matricola .....

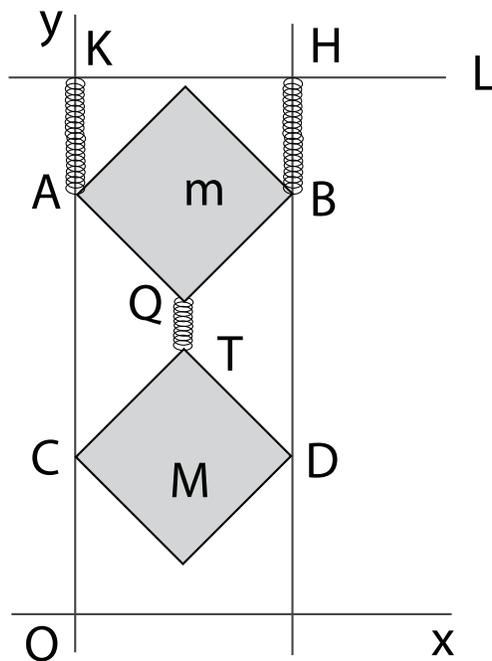
Ancona, 5 aprile 2014

1. Un sistema materiale è costituito da un'asta  $EC$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  cui è saldato un quadrato  $ABCD$  di massa  $M$  e lato  $l$  con  $L = 2l$ , con il lato  $DC$  lungo l'asta ed il lato  $AB$  lungo l'asse  $y$ . Calcolare la matrice d'inerzia del sistema rispetto alla terna  $O(x, y, z)$  mostrata in figura. Calcolare quindi le direzioni principali d'inerzia con l'origine in  $O$ .



2. Un sistema materiale, che si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , è costituito da due quadrati di lato  $l$  e masse  $M$  ed  $m$ ; i vertici  $A$  e  $C$  scorrono senza attrito lungo l'asse  $y$ , mentre  $B$  e  $D$  scorrono lungo la retta di equazione  $x = 2R$ ; i vertici opposti  $A$  e  $B$  rimangono sempre alla stessa quota e così pure i vertici opposti  $C$  e  $D$ . Una molla di costante  $k > 0$  collega i vertici  $Q$  e  $T$  situati sulla verticale dei centri dei quadrati, mentre altre due molle di costante  $k > 0$  collegano i punti  $A$  e  $B$  con i punti  $K$  e  $H$ , proiezioni di  $A$  e  $B$  sulla retta  $y = L$ , con  $L > 2l\sqrt{2}$ . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.

(Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio con le equazioni cardinali della statica).



3. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sui vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto con le equazioni cardinali della dinamica).

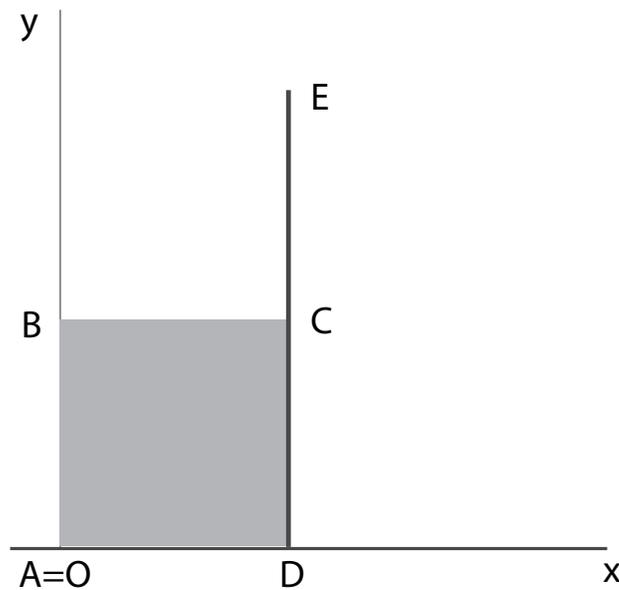
**Corsi di Laurea in Ingegneria Meccanica e Informatica e corsi V.O.**  
**Anno Accademico 2013/2014**  
**Meccanica Razionale, Fisica Matematica**

Nome .....

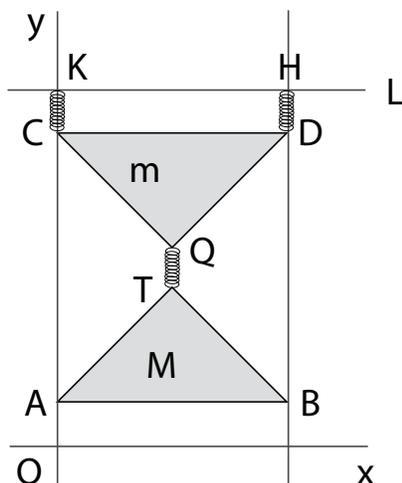
N. Matricola .....

Ancona, 5 aprile 2014

1. Un sistema materiale è costituito da un'asta  $DE$  di massa  $M$  e lunghezza  $L$  cui è saldato un quadrato  $ABCD$  di massa  $M$  e lato  $l$  con  $L = 2l$ , con il lato  $DC$  lungo l'asta ed il lato  $AB$  lungo l'asse  $y$ . Calcolare la matrice d'inerzia del sistema rispetto alla terna  $O(x, y, z)$  mostrata in figura. Calcolare quindi le direzioni principali d'inerzia con l'origine in  $O$ , con  $O = A$ .



2. Un sistema materiale, che si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ , è costituito da due triangoli rettangoli isosceli,  $CQD$  e  $ABT$ , di cateti  $AT = TB = CQ = QD = l$  e masse  $M$  ed  $m$ ; i vertici  $A$  e  $C$  scorrono senza attrito lungo l'asse  $y$ , mentre  $B$  e  $D$  scorrono lungo la retta di equazione  $x = l\sqrt{2}$ ; i punti  $A$  e  $B$  rimangono sempre alla stessa quota e così pure  $C$  e  $D$ . Una molla di costante  $k > 0$  collega i vertici  $Q$  e  $T$ , mentre altre due molle di costante  $k > 0$  collegano i vertici  $C$  e  $D$  con i punti  $K$  e  $H$ , proiezioni di  $C$  e  $D$  sulla retta  $y = L$ , con  $L > l\sqrt{2}$ . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità. (Per gli studenti di Fisica Matematica: determinare le configurazioni di equilibrio con le equazioni cardinali della statica).



3. Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema dell'esercizio precedente, supponendo che sui vertici  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  agisca una forza viscosa di costante  $\lambda$ .

(Per gli studenti di Fisica Matematica: scrivere le equazioni del moto con le equazioni cardinali della dinamica).