

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2012/2013**  
**Meccanica Razionale**

Nome .....  
 N. Matricola .....

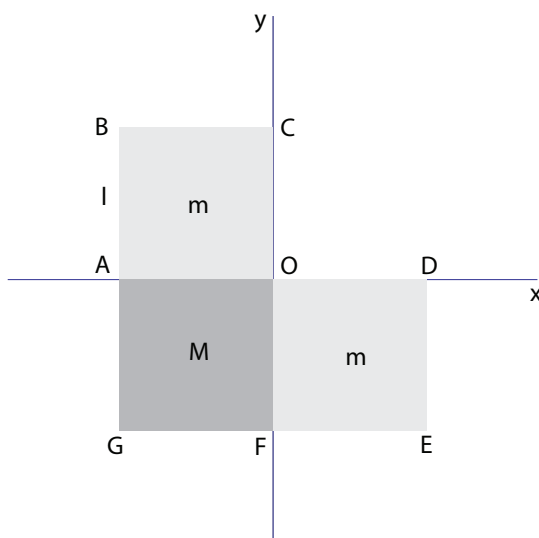
Ancona, 11 gennaio 2013

1. Un punto  $P$  di massa  $m$  si muove senza attrito su una guida verticale. Una molla di costante  $k > 0$  lo collega ad un punto  $Q$  della guida, che a sua volta si muove sulla guida con legge

$$Q(t) = a \sin 2\omega t,$$

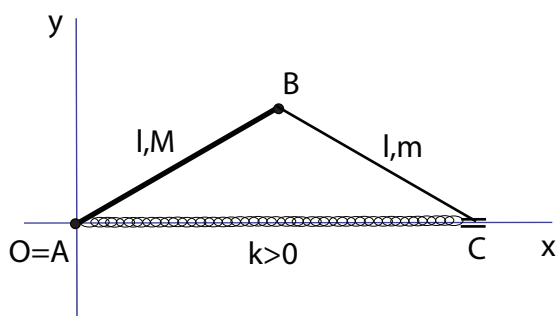
dove  $\omega = \sqrt{k/m}$ . Determinare il moto di  $P$ , se questo inizia il suo moto da fermo in corrispondenza di  $Q$ .

2. Un disco di raggio  $R$  e centro  $C$  rotola senza strisciare su una guida orizzontale; il centro  $C$  si muove a velocità costante  $v$ . Utilizzando la formula fondamentale dei moti rigidi, determinare la velocità di un punto  $P$  del disco situato a distanza  $r < R$  dal centro.
3. Calcolare esplicitamente il momento d'inerzia di un quadrato di lato  $l$  e massa  $m$  rispetto ad una retta su cui giace un lato. Utilizzando soltanto questo dato, opportune considerazioni geometriche ed il teorema di Huygens, risolvere il problema seguente.



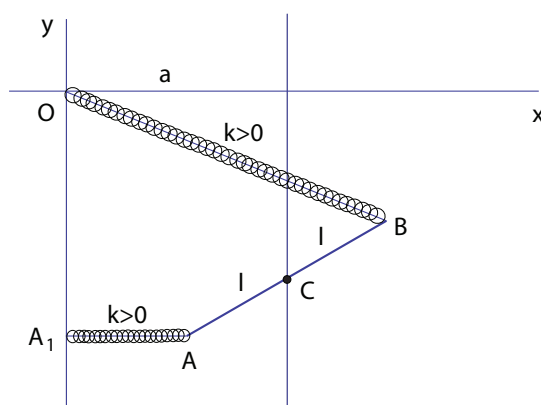
Una figura piana è costituita da due quadrati omogenei di massa  $m$  e da un terzo quadrato omogeneo di massa  $M$  disposti come in figura. Tutti i quadrati hanno lato  $l$ . Determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento. Infine, quanto deve valere  $M$  affinché il sistema di riferimento  $O(x, y)$  indicato sia principale d'inerzia?

4. Un'asta  $AB$  di lunghezza  $l$  e massa  $M$  è vincolata a ruotare attorno al suo estremo  $A$  che è fisso. Una seconda asta  $BC$ , di ugual lunghezza  $l$  e massa  $m$  è incernierata in  $B$  mentre il suo estremo  $C$  scorre senza attrito lungo una guida orizzontale passante per  $A$ .



Una molla di costante  $k > 0$  collega l'estremo  $C$  della seconda asta con l'estremo fisso  $A$  della prima. Il moto del sistema si svolge su un piano verticale. Scrivere le equazioni di Lagrange ed esplicitare le reazioni vincolari interne ed esterne utilizzando le equazioni cardinali della dinamica (è sufficiente l'impostazione corretta, senza sostituire dalle equazioni del moto).

5. Un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2l$  e massa  $m$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . Il suo punto medio  $C$  scorre sulla guida verticale  $x = a$ , e l'asta è libera di ruotare attorno a  $C$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano gli estremi dell'asta  $A$  e  $B$  rispettivamente con la proiezione ortogonale  $A_1$  di  $A$  sull'asse  $y$  e con l'origine  $O$ .



Calcolare le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari all'equilibrio, e studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio trovate.

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2012/2013**  
**Meccanica Razionale**

Nome .....  
 N. Matricola .....

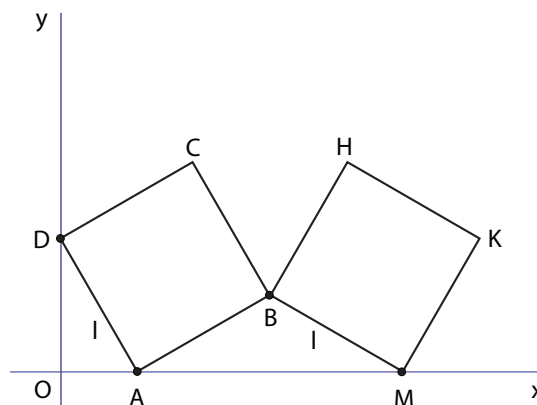
Ancona, 11 gennaio 2013

1. Un punto  $P$  di massa  $m$  si muove senza attrito su una guida orizzontale. Una molla di costante  $k > 0$  lo collega ad un punto  $Q$  della guida, che a sua volta si muove sulla guida con legge

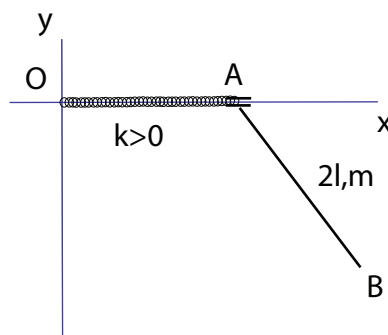
$$Q(t) = a \sin 2\omega t,$$

dove  $\omega = \sqrt{k/m}$ , ed una forza viscosa di costante  $\lambda < 2\sqrt{mk}$  si oppone al moto. Determinare il moto di  $P$ , se questo inizia il suo moto da fermo in corrispondenza di  $Q$ .

2. Due quadrati  $ABCD$  e  $MBHK$  di lato  $l$  si muovono nel piano verticale  $O(x, y)$  come in figura. I vertici  $A$  ed  $M$  scorrono sull'asse  $x$  ed il vertice  $D$  sull'asse  $y$ . I due quadrati possono inoltre ruotare attorno al vertice comune  $B$ . Calcolare le traiettorie polari del quadrato  $MBHK$ .

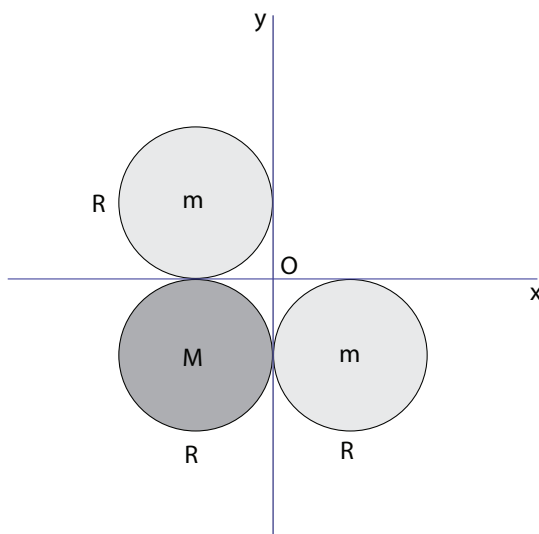


3. Un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2l$  e massa  $m$  è vincolata a ruotare attorno al suo estremo  $A$  che scorre senza attrito su una guida orizzontale.



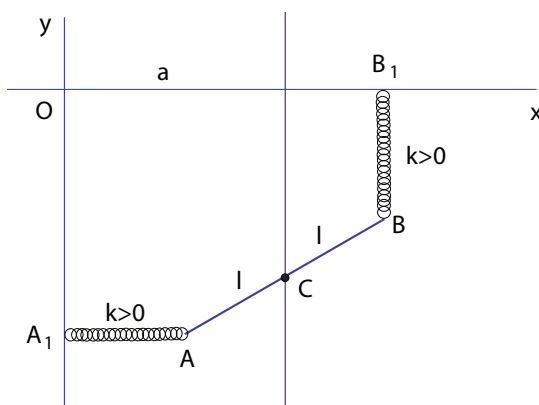
Una molla di costante  $k > 0$  collega l'estremo  $A$  con il punto fisso  $O$  della guida. Il moto del sistema si svolge su un piano verticale. Scrivere le equazioni di Lagrange ed esplicitare le reazioni vincolari utilizzando le equazioni cardinali della dinamica (è sufficiente l'impostazione corretta, senza sostituire dalle equazioni del moto).

4. Calcolare esplicitamente il momento d'inerzia di un disco di raggio  $R$  e massa  $m$  rispetto ad una retta diametrale. Utilizzando soltanto questo dato, opportune considerazioni geometriche ed il teorema di Huygens, risolvere il problema seguente.



Una figura piana è costituita da due dischi omogenei di massa  $m$  e da un terzo disco omogeneo di massa  $M$  disposti come in figura. Tutti i cerchi hanno raggio  $R$ . Determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento. Infine, quanto deve valere  $M$  affinché il sistema di riferimento  $O(x, y)$  indicato sia principale d'inerzia?

5. Un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2l$  e massa  $m$  si muove nel piano **ORIZZONTALE**  $O(x, y)$ . Il suo punto medio  $C$  scorre sulla guida verticale  $x = a$ , e l'asta è libera di ruotare attorno a  $C$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano gli estremi dell'asta  $A$  e  $B$  rispettivamente con la proiezione ortogonale  $A_1$  di  $A$  sull'asse  $y$  e con la proiezione ortogonale  $B_1$  di  $B$  sull'asse  $x$ .



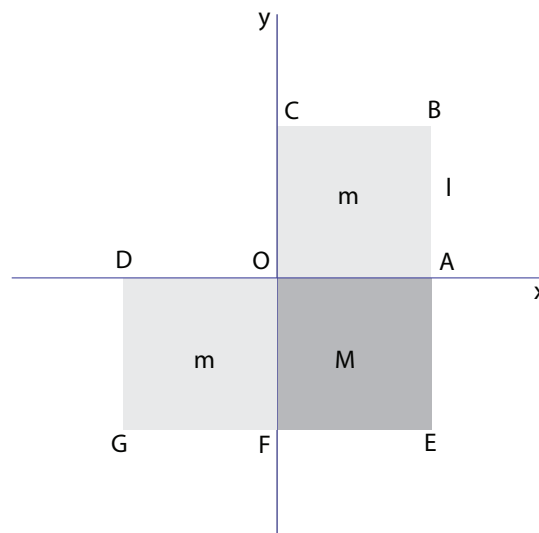
Calcolare le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari all'equilibrio, e studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio trovate.

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2012/2013**  
**Meccanica Razionale**

Nome .....  
 N. Matricola .....

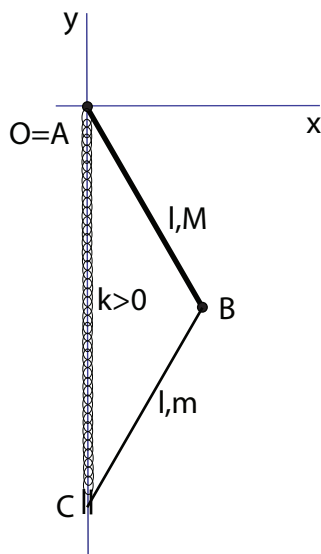
Ancona, 11 gennaio 2013

1. Un punto  $P$  di massa  $m$  si muove senza attrito su una guida verticale. Una molla di costante  $k > 0$  lo collega ad un punto  $Q$  della guida, che a sua volta si muove di moto rettilineo uniforme con velocità  $v$  sulla guida e che all'istante iniziale si trova in  $O$ . Determinare il moto di  $P$ , se questo inizia il suo moto da fermo in corrispondenza di  $Q$ .
2. Un quadrato  $ABCD$  di lato  $L$  si muove su una guida orizzontale; il vertice  $A$  scorre senza attrito sulla guida a velocità costante  $v$  ed il quadrato ruota attorno ad  $A$  con velocità angolare  $\omega = v/L$ . Utilizzando la formula fondamentale dei moti rigidi, determinare la velocità del centro del quadrato  $Q$ .
3. Calcolare esplicitamente il momento d'inerzia di un quadrato di lato  $l$  e massa  $m$  rispetto ad una retta su cui giace un lato. Utilizzando soltanto questo dato, opportune considerazioni geometriche ed il teorema di Huygens, risolvere il problema seguente.



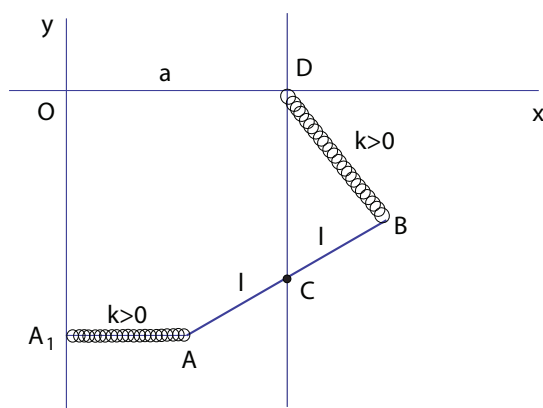
Una figura piana è costituita da due quadrati omogenei di massa  $m$  e da un terzo quadrato omogeneo di massa  $M$  disposti come in figura. Tutti i quadrati hanno lato  $l$ . Determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento. Infine, quanto deve valere  $M$  affinché il sistema di riferimento  $O(x, y)$  indicato sia principale d'inerzia?

4. Un'asta  $AB$  di lunghezza  $l$  e massa  $M$  è vincolata a ruotare attorno al suo estremo  $A$  che è fisso. Una seconda asta  $BC$ , di ugual lunghezza  $l$  e massa  $m$  è incernierata in  $B$  mentre il suo estremo  $C$  scorre senza attrito lungo una guida verticale passante per  $A$ .



Una molla di costante  $k > 0$  collega l'estremo  $C$  della seconda asta con l'estremo fisso  $A$  della prima. Il moto del sistema si svolge su un piano verticale. Scrivere le equazioni di Lagrange ed esplicitare le reazioni vincolari interne ed esterne utilizzando le equazioni cardinali della dinamica (è sufficiente l'impostazione corretta, senza sostituire dalle equazioni del moto).

5. Un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2l$  e massa  $m$  si muove nel piano **ORIZZONTALE**  $O(x, y)$ . Il suo punto medio  $C$  scorre sulla guida verticale  $x = a$ , e l'asta è libera di ruotare attorno a  $C$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano gli estremi dell'asta  $A$  e  $B$  rispettivamente con la proiezione ortogonale  $A_1$  di  $A$  sull'asse  $y$  e con il punto  $D(a, 0)$  dell'asse  $x$ .



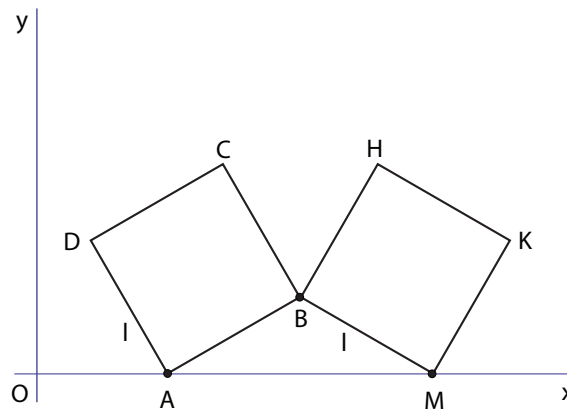
Calcolare le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari all'equilibrio, e studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio trovate.

**Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica**  
**Anno Accademico 2012/2013**  
**Meccanica Razionale**

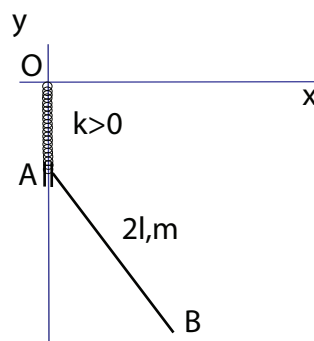
Nome .....  
 N. Matricola .....

Ancona, 11 gennaio 2013

1. Un punto  $P$  di massa  $m$  si muove senza attrito su una guida orizzontale. Una molla di costante  $k > 0$  lo collega ad un punto  $Q$ , che a sua volta si muove di moto rettilineo uniforme con velocità  $v$  sulla guida, ed una forza viscosa di costante  $\lambda < 2\sqrt{mk}$  si oppone al moto. Determinare il moto di  $P$ , se questo inizia il suo moto da fermo in corrispondenza di  $Q$ , che si trova nell'origine all'istante iniziale.
2. Due quadrati  $ABCD$  e  $MBHK$  di lato  $l$  si muovono nel piano verticale  $O(x, y)$  come in figura, con i vertici  $A$  ed  $M$  che scorrono sull'asse  $x$  a velocità costante  $v$ . Il quadrato  $ABCD$  ruota attorno al vertice  $A$  con velocità angolare costante  $\omega = v/l$  ed i due quadrati ruotano attorno al vertice comune  $B$ . Calcolare le traiettorie polari del quadrato  $MBHK$ .

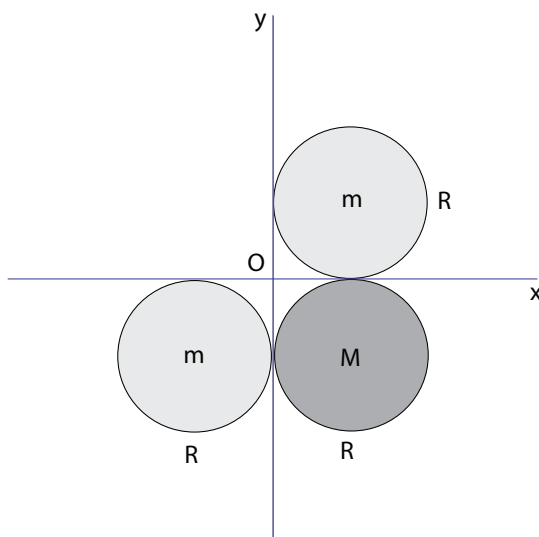


3. Un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2l$  e massa  $m$  è vincolata a ruotare attorno al suo estremo  $A$  che scorre senza attrito su una guida verticale.



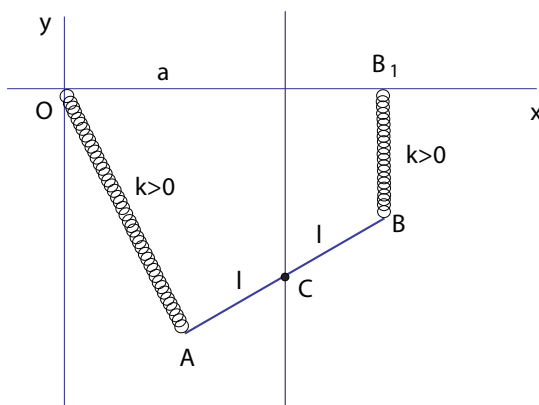
Una molla di costante  $k > 0$  collega l'estremo  $A$  con il punto fisso  $O$  della guida. Il moto del sistema si svolge su un piano verticale. Scrivere le equazioni di Lagrange ed esplicitare le reazioni vincolari utilizzando le equazioni cardinali della dinamica (è sufficiente l'impostazione corretta, senza sostituire dalle equazioni del moto).

4. Calcolare esplicitamente il momento d'inerzia di un disco di raggio  $R$  e massa  $m$  rispetto ad una retta diametrale. Utilizzando soltanto questo dato, opportune considerazioni geometriche ed il teorema di Huygens, risolvere il problema seguente.



Una figura piana è costituita da due dischi omogenei di massa  $m$  e da un terzo disco omogeneo di massa  $M$  disposti come in figura. Tutti i cerchi hanno raggio  $R$ . Determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento. Infine, quanto deve valere  $M$  affinché il sistema di riferimento  $O(x, y)$  indicato sia principale d'inerzia?

5. Un'asta omogenea  $AB$  di lunghezza  $2l$  e massa  $m$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . Il suo punto medio  $C$  scorre sulla guida verticale  $x = a$ , e l'asta è libera di ruotare attorno a  $C$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano gli estremi dell'asta  $A$  e  $B$  rispettivamente con l'origine  $O$  e con la proiezione ortogonale  $B_1$  di  $B$  sull'asse  $x$ .



Calcolare le configurazioni di equilibrio e le reazioni vincolari all'equilibrio, e studiare la stabilità delle configurazioni di equilibrio trovate.