

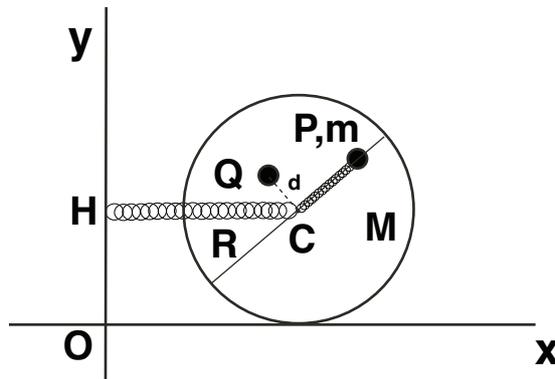
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2011/2012
Meccanica Razionale

Nome

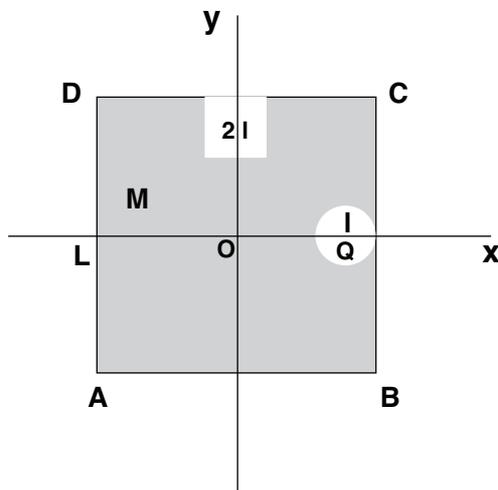
N. Matricola

Ancona, 6 novembre 2012

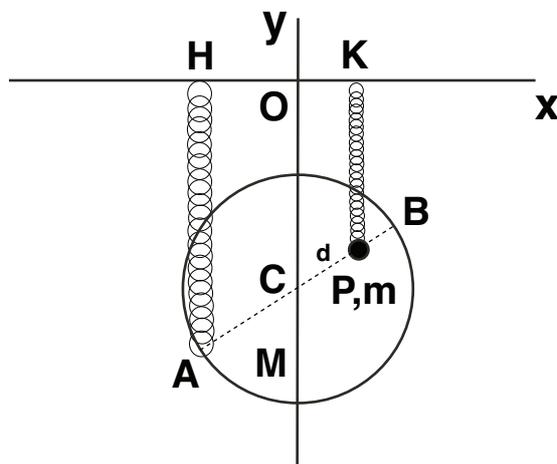
1. Un disco di massa M , raggio R e centro C rotola senza strisciare su una guida orizzontale, coincidente con l'asse x di un sistema di riferimento ortogonale fisso. Sul disco è saldato un punto materiale Q di massa m , posto a distanza d dal centro C . Un punto P di massa m scorre senza attrito dentro una scanalatura diametrale praticata nel disco e tale da formare un angolo retto con la retta passante per C e Q . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il centro del disco con la sua proiezione ortogonale H sull'asse y , mentre una seconda molla, di ugual costante elastica $k > 0$, collega il punto P con il centro del disco. Assumendo che all'istante $t = 0$ il centro C sia sull'asse y e la scanalatura parallela all'asse x :
 - (a) determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
 - (b) scrivere l'energia cinetica del sistema;
 - (c) scrivere l'energia potenziale del sistema;
 - (d) scrivere le equazioni di Lagrange.



2. Una figura rigida piana di massa M è costituita da un quadrato $ABCD$ di lato L privato di un cerchio di raggio $l < L$, tangente internamente ad uno dei lati del quadrato nel suo punto medio e di un quadrato di lato $2l$ come mostrato in figura. Calcolare la matrice d'inerzia della figura nella terna di riferimento $O(x, y, z)$ indicata, con l'asse z perpendicolare al piano della figura e determinare gli assi principali d'inerzia.



3. Un disco di massa M , raggio R e centro C si muove su un piano verticale. Sia $AB = 2R$ un suo diametro. Il centro C scorre senza attrito su una guida verticale, coincidente con l'asse y di un sistema di riferimento ortogonale fisso. Sul diametro AB è saldato un punto materiale P di massa m , posto a distanza d dal centro C . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il punto P con la sua proiezione ortogonale K sull'asse x , mentre una seconda molla, di ugual costante elastica $k > 0$, collega il punto A con la sua proiezione H sull'asse x . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.



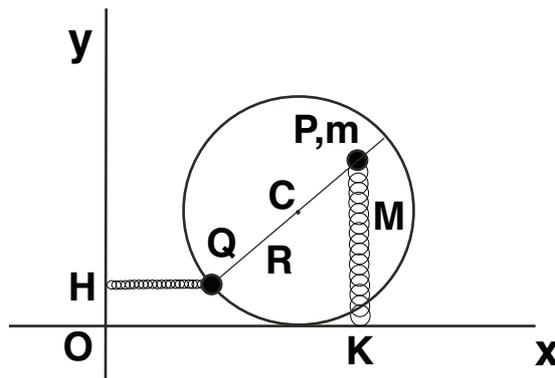
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica
Anno Accademico 2011/2012
Meccanica Razionale

Nome

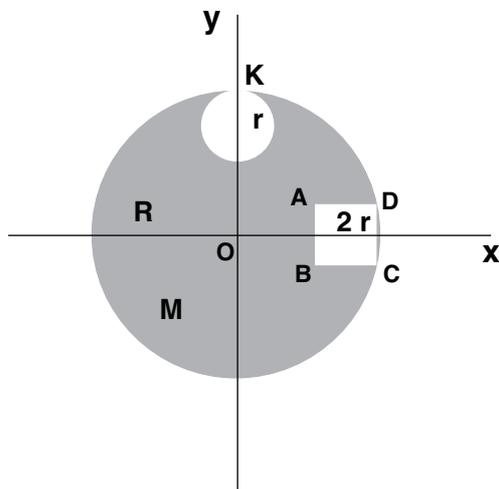
N. Matricola

Ancona, 6 novembre 2012

1. Un disco di massa M , raggio R e centro C rotola senza strisciare su una guida orizzontale, coincidente con l'asse x di un sistema di riferimento ortogonale fisso. Un punto P di massa m scorre senza attrito dentro una scanalatura diametrale praticata nel disco. Sul bordo del disco, all'estremità della scanalatura, è inoltre saldato un punto Q di massa m . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il punto Q con la sua proiezione ortogonale H sull'asse y , mentre una seconda molla, di ugual costante elastica $k > 0$, collega il punto P con la sua proiezione K sull'asse x . Assumendo che all'istante $t = 0$ il centro C sia sull'asse y e la scanalatura parallela all'asse x :
- (a) determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
 - (b) scrivere l'energia cinetica del sistema;
 - (c) scrivere l'energia potenziale del sistema;
 - (d) scrivere le equazioni di Lagrange.



2. Una figura rigida piana di massa M è costituita da un cerchio di raggio R privato di un cerchio di raggio r , tangente internamente al cerchio nel punto K (vedi figura), e di un quadrato $ABCD$ di raggio $2r < R$, con C e D sul bordo del cerchio, come mostrato in figura. Calcolare la matrice d'inerzia della figura nella terna di riferimento $O(x, y, z)$ indicata, con l'asse z perpendicolare al piano della figura e determinare gli assi principali d'inerzia.



3. Un quadrato $ABCD$ di massa M , lato L e centro N si muove su un piano verticale. Siano rispettivamente Q ed R i punti medi dei lati AB e CD . Il centro N scorre senza attrito su una guida verticale, coincidente con l'asse y di un sistema di riferimento ortogonale fisso. Sul segmento QR è saldato un punto materiale P di massa m , posto a distanza d dal centro N . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il punto P con la sua proiezione ortogonale K sull'asse x , mentre una seconda molla, di ugual costante elastica $k > 0$, collega il punto Q con la sua proiezione H sull'asse x . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.

