

**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica**  
**Anno Accademico 2021/2022**  
**Meccanica Razionale - Appello del 18/11/2022**

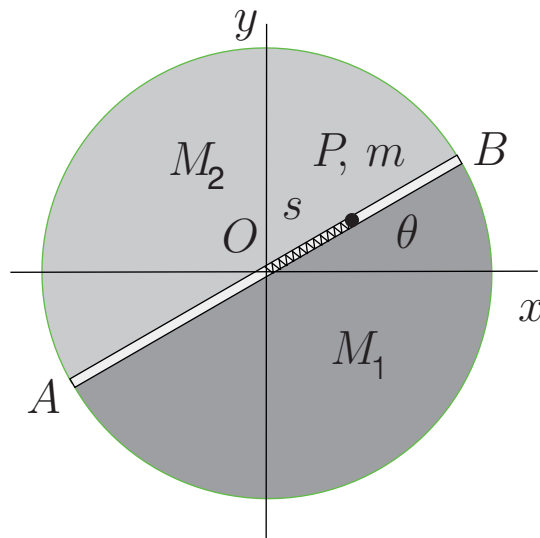
Nome .....  
N. Matricola .....

Ancona, 18 novembre 2022

1. Un cerchio non omogeneo di raggio  $R$  e massa  $M$  è libero di ruotare attorno al suo centro  $C$ . Sul diametro  $AB$  è praticata una scanalatura, all'interno della quale scorre un punto  $P$  di massa  $m$ , collegato con una molla di costante elastica  $k > 0$  al punto  $O$ . Dette  $M_1$  ed  $M_2$  le masse dei due semicerchi valgono le relazioni:

$$M_1 = 2 M_2; \quad M_2 = 4 m; \quad m g = 8 k d,$$

dove  $d = 4R/(3\pi)$  è la distanza del centro di massa di un semicerchio dal suo centro geometrico. Utilizzando le coordinate lagrangiane  $\theta$  (angolo di  $AB$  con l'asse  $x$ ) e  $s$  (ascissa di  $P$  lungo la scanalatura) come in figura si chiede di determinare le configurazioni di equilibrio e discutere la stabilità delle sole configurazioni di equilibrio in cui la molla è orizzontale.



2. Un disco di centro  $Q$  e raggio  $R$  trasla parallelamente all'asse  $x$ , sul quale il centro  $Q$  scorre senza attrito con velocità costante  $v$ . All'istante  $t = 0$ ,  $Q$  coincide con l'origine del sistema di riferimento  $O$ . Un'asta  $AB$  di lunghezza  $L$  ha l'estremo  $A$  saldato sul bordo del cerchio, con il vettore  $A - Q$  inclinato di  $\pi/4$  rispetto all'asse  $x$ . L'asta ruota attorno ad  $A$  con velocità angolare costante  $\Omega = v/R$ . Determinare base e rulletta dell'asta. Si prenda l'angolo  $\varphi$  dell'asta con l'asse  $x$  come coordinata lagrangiana.

