

**Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e Automatica**  
**Anno Accademico 2021/2022**  
**Meccanica Razionale - Appello del 15/6/2022**

Nome .....  
N. Matricola .....

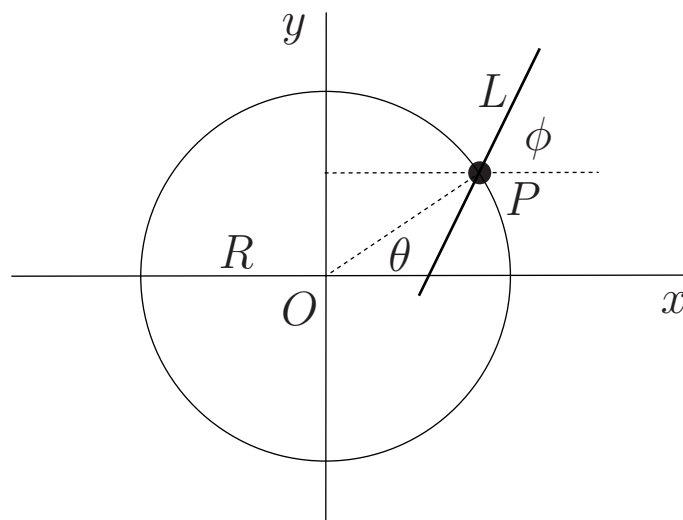
Ancona, 15 giugno 2022

1. Un punto  $P$  di massa  $m$  scorre senza attrito sulla circonferenza di centro l'origine e raggio  $R$  nel piano verticale  $O(x, y)$ . Un'asta omogenea pesante di lunghezza  $L$  e massa  $M$  è libera di ruotare attorno al suo punto medio che coincide con  $P$ . Utilizzando le coordinate lagrangiane  $\theta$  (angolo di  $P$  lungo la circonferenza) e  $\varphi$  (angolo dell'asta con l'orizzontale) come in figura si chiede di:

- scrivere l'energia cinetica del sistema;
- scrivere l'energia potenziale del sistema;
- scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema.

Quindi, in alternativa:

- trasformare le equazioni del moto in un sistema del primo ordine e determinare e classificare i punti critici, trascurando l'equazione per  $\varphi$ ; oppure:
- determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità usando il criterio di Dirichlet.



2. Un'asta  $AB$  di lunghezza  $R$  si muove nel piano  $O(x, y)$  con un estremo scorrevole sulla circonferenza di centro l'origine e raggio  $R$  e l'altro sull'asse delle  $x$ . Scrivere le equazioni della base e della rulletta dell'asta, usando come coordinata Lagrangiana l'angolo  $\theta$  che il vettore  $A - O$  forma con l'asse delle  $x$ .

