

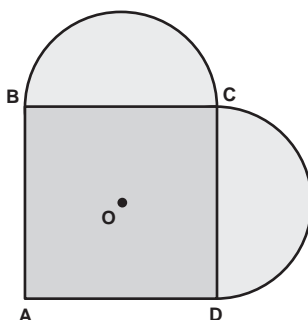
**Anno Accademico 2005/2006**  
**Meccanica Razionale - Vecchio Ordinamento**

Nome:.....

N. matr.:.....

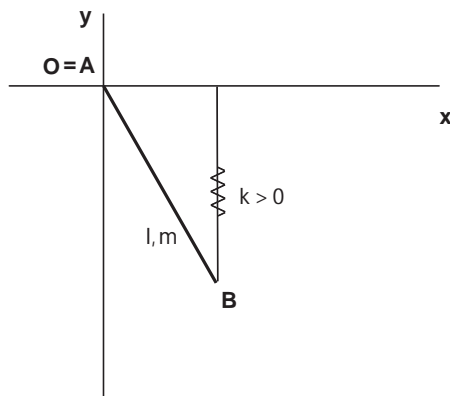
Ancona, 31 luglio 2006

1. Un corpo rigido è costituito da un quadrato  $ABCD$  di lato  $L$  e massa  $M$  e da due semicerchi  $DC$  e  $CB$  di massa  $m$ , come in figura. Individuare,

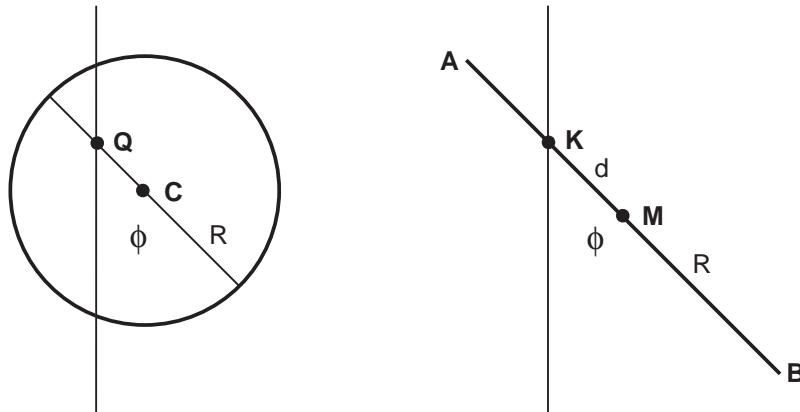


in base alle simmetrie materiali, la terna principale d'inerzia  $O(x, y, z)$  con l'origine nel vertice  $C$  e l'asse  $z$  ortogonale al piano della figura; calcolare quindi l'elemento  $I_{33}$  della matrice d'inerzia in tale sistema di riferimento.

2. Un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $l$  è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno all'estremo  $A$ , che è fisso. Una molla di costante elastica  $k > 0$  collega l'estremo  $B$  con la proiezione di  $B$  sulla retta orizzontale passante per  $A$ . Scrivere le equazioni del moto, utilizzando le equazioni di Lagrange. Determinare quindi le configurazioni di equilibrio e, supposto  $k = mg/(4l)$ , calcolare la reazione vincolare in  $O$  nella configurazione di equilibrio stabile.



3. Si considerino due pendoli fisici costituiti rispettivamente da un cerchio di centro  $C$ , massa  $m$  e raggio  $R$  e da un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $2R$ . Il punto di sospensione  $Q$  del cerchio è situato ad una distanza pari ad  $R/2$  dal centro  $C$ ; si indichi invece con  $d$  la distanza tra il punto di sospensione dell'asta,  $K$ , ed il suo punto medio  $M$ . Si indichi infine con  $\phi$  l'angolo che, rispettivamente, il diametro contenente il punto  $Q$  del cerchio e l'asta formano con la verticale. Per quale valore di  $d$  i due pendoli sono equivalenti (cioè obbediscono alle stesse equazioni del moto)?



4. Enunciare e dimostrare il teorema di König per un generico sistema di punti materiali e ricavarne l'espressione particolare per i sistemi rigidi.