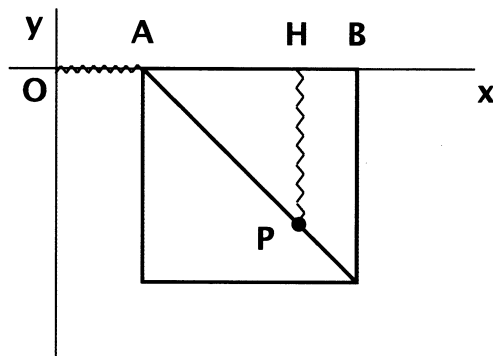
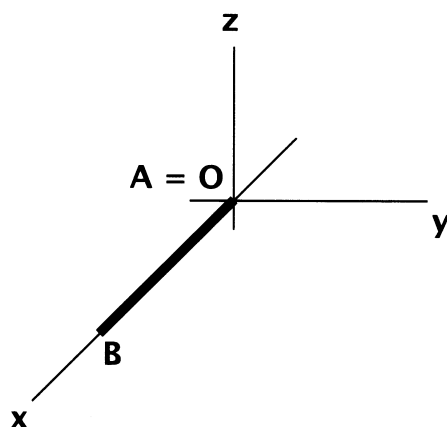


3. (9 punti) Un sistema piano, che si muove nel piano verticale $O(x, y)$ è costituito da un quadrato omogeneo pesante di massa M e lato L , il cui lato AB scorre senza attrito su una guida orizzontale, coincidente con l'asse Ox . Un punto materiale pesante P di massa m è libero di scorrere lungo una scanalatura diagonale. Due molle di ugual costante elastica $k > 0$ collegano il punto P con la sua proiezione verticale sull'asse x , H ed il vertice A con l'origine O . Scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni di Lagrange.



4. (7 punti) Calcolare la matrice d'inerzia di un'asta AB , non omogenea, di massa m e lunghezza l , rispetto ad un sistema solidale con l'origine nell'estremo A , l'asse Ox lungo l'asta e gli assi Oy ed Oz perpendicolari all'asta. Sia $\mu(x) = \beta(1 + x/l)$ la densità di massa; quanto vale β ?



Soluzione h) $I_{11} = 0$ $I_{22} = \int_0^l \mu(x) x^2 dx = \beta \int_0^l \left(1 + \frac{x}{l}\right) x^2 dx =$
 $= \beta \left(\frac{l^3}{3} + \frac{l^3}{4} \right) = \frac{7}{12} \beta l^3 = I_{33}$

$$I_{12} = I_{13} = I_{23} = 0$$

$$m = \int_0^l \mu(x) dx = \beta \int_0^l \left(1 + \frac{x}{l}\right) dx = \beta \left[l + \frac{l}{2} \right] = \frac{3}{2} l \beta$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{2}{3} \frac{m}{l} \quad \text{Quindi} \quad I_{11} = I_{33} = \frac{7}{18} m l^2$$