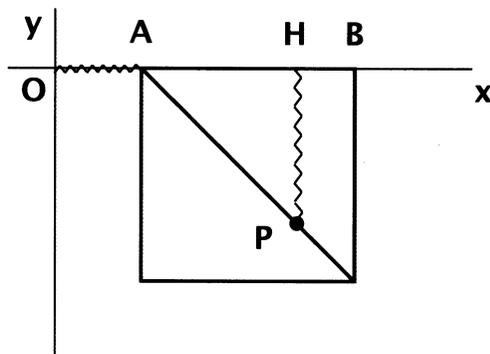
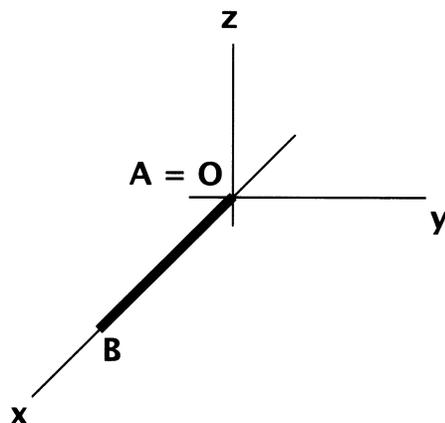


3. (9 punti) Un sistema piano, che si muove nel piano verticale  $O(x, y)$  è costituito da un quadrato omogeneo pesante di massa  $M$  e lato  $L$ , il cui lato  $AB$  scorre senza attrito su una guida orizzontale, coincidente con l'asse  $Ox$ . Un punto materiale pesante  $P$  di massa  $m$  è libero di scorrere lungo una scanalatura diagonale. Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano il punto  $P$  con la sua proiezione verticale sull'asse  $x$ ,  $H$  ed il vertice  $A$  con l'origine  $O$ . Scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni di Lagrange.



4. (7 punti) Calcolare la matrice d'inerzia di un'asta  $AB$ , non omogenea, di massa  $m$  e lunghezza  $l$ , rispetto ad un sistema solidale con l'origine nell'estremo  $A$ , l'asse  $Ox$  lungo l'asta e gli assi  $Oy$  ed  $Oz$  perpendicolari all'asta. Sia  $\mu(x) = \beta(1 + x/l)$  la densità di massa; quanto vale  $\beta$ ?



Soluzione h)  $I_{11} = 0$   $I_{22} = \int_0^l \mu(x) x^2 dx = \beta \int_0^l \left(1 + \frac{x}{l}\right) x^2 dx =$   
 $= \beta \left( \frac{l^3}{3} + \frac{l^3}{4} \right) = \frac{7}{12} \beta l^3 = I_{33}$

$$I_{12} = I_{13} = I_{23} = 0$$

$$m = \int_0^l \mu(x) dx = \beta \int_0^l \left(1 + \frac{x}{l}\right) dx = \beta \left[ l + \frac{l}{2} \right] = \frac{3}{2} l \beta$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{2}{3} \frac{m}{l} \quad \text{Quindi} \quad I_{11} = I_{33} = \frac{7}{18} m l^2$$