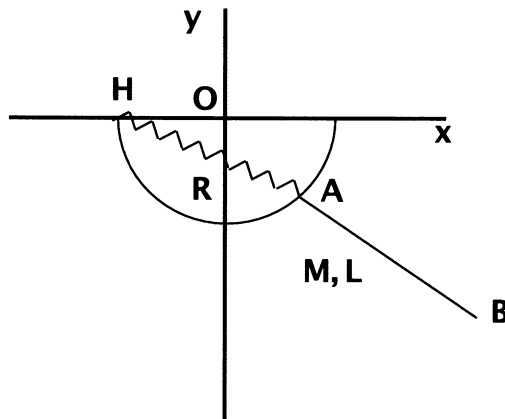


**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Informatica e
dell'Automazione
Anno Accademico 2009/2010
Meccanica Razionale**

Nome
N. Matricola

Ancona, 27 febbraio 2010

1. (9 punti) Un'asta AB di massa M e lunghezza L si muove nel piano verticale $O(x, y)$, con l'estremo A vincolato a scorrere sulla semicirconferenza di centro l'origine e raggio R situata nel semipiano inferiore. L'estremo A è inoltre collegato da una molla di costante $k > 0$ al punto H , intersezione di ascissa negativa della semicirconferenza con l'asse x . Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.



2. (7 punti) Ricavare le equazioni di Lagrange per un sistema olonomo.

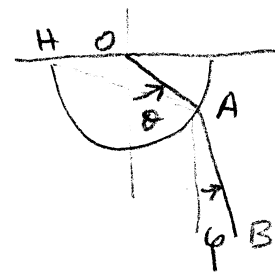
Soluzioni 1) $l=2$ $q_1 = \theta$ $q_2 = \varphi$

$$P_0 - O = \left(R \sin \theta + \frac{L}{2} \sin \varphi \right) \hat{i} - \left(R \cos \theta + \frac{L}{2} \cos \varphi \right) \hat{j}$$

$$H - A = -\left(R + R \sin \theta \right) \hat{i} + R \cos \theta \hat{j}$$

$$V(\theta, \varphi) = -mg \left(R \cos \theta + \frac{L}{2} \cos \varphi \right) + \frac{1}{2} k \left[2R^2 - 2R^2 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \theta \right) \right] =$$

$$= -mg \left(R \cos \theta + \frac{L}{2} \cos \varphi \right) + kR^2 (1 + \sin \theta)$$



$$\begin{cases} V_\theta = mgR \sin \theta - kR^2 \cos \theta \\ V_\varphi = mg \frac{L}{2} \sin \varphi \end{cases} \quad \text{Equilibrio: } \sin \varphi = 0 \quad \varphi = 0, \pi$$

$$\tan \theta = - \frac{kR}{mg}$$

$$\begin{aligned} T_1 &\equiv (0, \theta_0) & T_2 &\equiv (0, \theta_0 + \pi) \\ T_3 &\equiv (\pi, \theta_0) & T_4 &\equiv (\pi, \theta_0 + \pi) \end{aligned}$$