

**Università Politecnica delle Marche**  
Corsi di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione  
Anno Accademico 2005/2006

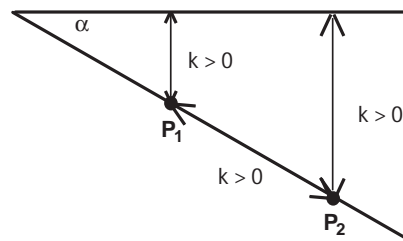
**Meccanica Razionale**

Nome:.....

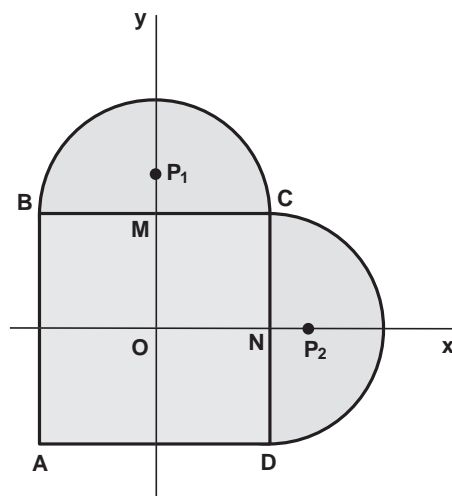
N. matr.:.....

Ancona, 9 gennaio 2006

1. Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens per un sistema discreto di punti materiali; si provi quindi a formularlo per un sistema con distribuzione continua di massa.
2. Due punti materiali  $P_1$  e  $P_2$  di ugual massa  $m$  sono vincolati a scorrere senza attrito su una guida rettilinea formante un angolo  $\alpha$  con l'orizzontale. Ciascuno dei due punti è collegato, da una molla di costante elastica  $k > 0$ , con la propria proiezione ortogonale con una retta orizzontale di riferimento. Tra i due punti, inoltre, agisce una molla, pure di costante elastica  $k > 0$ . Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà del sistema, studiare il suo moto scrivendo e risolvendo le equazioni di Lagrange.



3. Un corpo rigido è costituito da un quadrato  $ABCD$  di lato  $L$  e massa  $M$  e da due semicerchi  $DC$  e  $CB$  di massa  $m$ , come in figura. Siano:  $O$  il



centro geometrico del quadrato,  $P_1$  e  $P_2$  i centri di massa dei semicerchi,  $M$  ed  $N$  i punti medi dei lati  $BC$  e  $CD$  e si indichi con  $d$  la distanza  $d = |P_1 - M| = |P_2 - N|$ . Utilizzando opportunamente il teorema di Huygens, calcolare la matrice d'inerzia del sistema nella terna solidale  $O(x, y, z)$  indicata in figura (con l'asse  $z$  ortogonale al piano della figura). È una terna principale d'inerzia? Qual'è la terna principale d'inerzia  $O(x', y', z')$  che si determina sulla base delle simmetrie materiali del sistema? Infine, determinare GRAFICAMENTE la posizione approssimata del centro di massa  $P_0$  del sistema e, sempre sulla base delle simmetrie materiali del sistema, determinare la terna principale d'inerzia con origine in  $P_0$ .

*Nel rispondere alle domande, si lasci dapprima la distanza  $d$  indicata; soltanto alla fine, se rimane tempo, si esegua il suo calcolo.*