

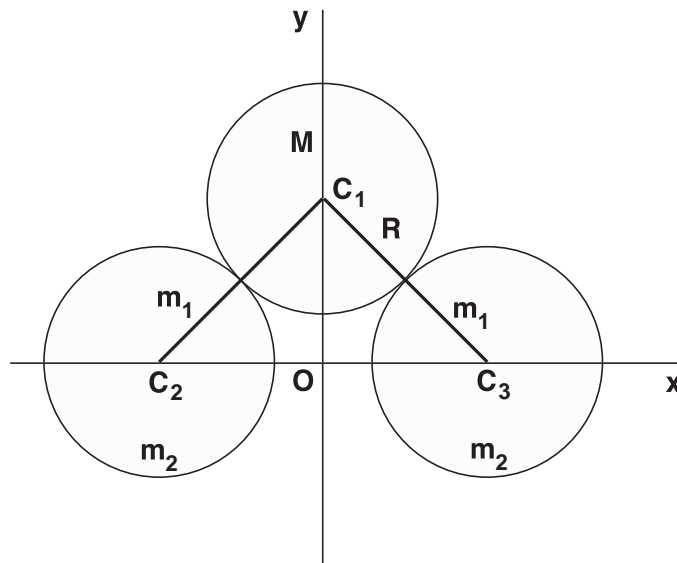
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2007/2008
Meccanica Razionale

Nome:.....

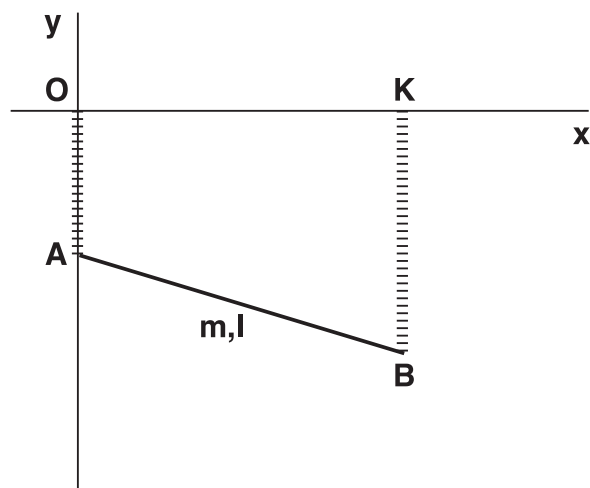
N. matr.:.....

Ancona, 8 gennaio 2008

1. (i) (7 punti) Enunciare e dimostrare il teorema di Huygens nella sua forma più generale.
- (ii) si consideri il sistema rigido mostrato in figura, costituito da tre cerchi di raggio R , centri C_1 , C_2 e C_3 , con $\overline{OC_1} = \overline{OC_2} = \overline{OC_3}$, disposti come in figura nel piano $O(x, y)$, di masse rispettivamente M , m_2 ed m_2 e dalle due aste C_1C_2 e C_1C_3 , di ugual massa m_1 ; determinare se, in base alle simmetrie materiali, il sistema di riferimento $O(x, y, z)$, con l'asse z ortogonale al piano della figura, è una terna principale d'inerzia e calcolare la matrice d'inerzia in tale sistema, facendo uso il più possibile del teorema di Huygens. *Lo studente può usare i risultati ottenuti a lezione per i momenti d'inerzia notevoli del cerchio e dell'asta.*



2. (5 punti)
 - (i) Fornire una definizione di configurazione di equilibrio per un sistema olonomo ad un grado di libertà, usando a piacere il linguaggio delle equazioni differenziali o il linguaggio dello spazio delle fasi.
 - (ii) Dare la definizione di equilibrio stabile secondo Liapunov; enunciare il criterio di stabilità di Dirichlet e dimostrarlo usando la conservazione dell'energia.
3. (8 punti) Un'asta materiale pesante AB di massa m e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$, libera di ruotare attorno all'estremo A , a sua volta vincolato a scorrere senza attrito sull'asse y (vedi figura). Due molle di ugual costante elastica $k > 0$ collegano gli estremi A e B rispettivamente con l'origine O e con il punto K , proiezione dell'estremo B sull'asse x .



- (i) Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
 - (ii) scrivere l'energia cinetica del sistema;
 - (iii) scrivere l'energia potenziale del sistema;
 - (iv) determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità;
 - (v) calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni attorno ad una configurazione di equilibrio stabile.
4. (5 punti) Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema del punto precedente, nell'ipotesi che sull'estremo B agisca la forza viscosa $\mathbf{F}_B = -\lambda \mathbf{v}_B$
5. (5 punti)
- (i) Dare la definizione di campo di forze;
 - (ii) dire quando un campo è conservativo;
 - (iii) discutere la relazione tra conservatività ed irrotazionalità (senza dimostrazioni);
 - (iv) è dato il campo vettoriale $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{x}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{i}} + \frac{y}{x^2 + y^2} \hat{\mathbf{j}};$$

dire se è irrotazionale e se è conservativo giustificando la risposta.