

**Università Politecnica delle Marche**  
Corsi di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione  
Anno Accademico 2005/2006

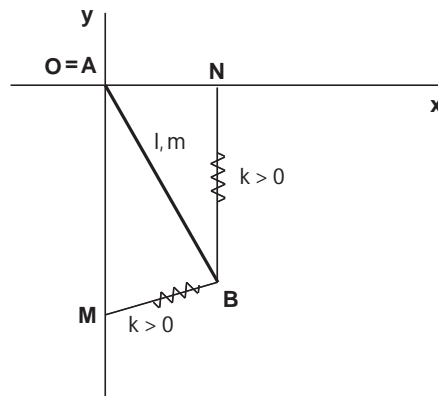
**Meccanica Razionale**

Nome:.....

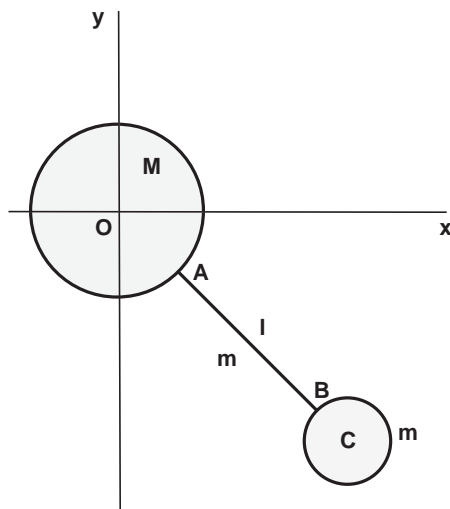
N. matr.:.....

Ancona, 23 marzo 2006

1. Derivare le equazioni di Lagrange per un sistema olonomo.
2. Un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $l$  è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno all'estremo  $A$ , che è fisso. Sia  $O(x, y)$  un sistema di riferimento ortogonale fisso nel piano verticale, con  $O \equiv A$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano l'estremo  $B$  con il punto fisso  $M(0, -l)$  e con il punto  $N$ , proiezione di  $B$  sull'asse  $x$  (vedi figura). Determinare l'energia cinetica e l'energia potenziale dell'asta; scrivere le equazioni di Lagrange; determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.



3. Un corpo rigido è costituito da un'asta  $AB$  di lunghezza  $l$  e massa  $m$  e da due cerchi rispettivamente di centro  $O$ , raggio  $R$  e massa  $M$  e centro  $C$ , raggio  $r$  e massa  $m$ . I centri dei due cerchi appartengono alla retta che contiene l'asta  $AB$ , con  $\overline{OA} = R$  e  $\overline{CB} = r$ . Sia  $O(x, y, z)$  un sistema di riferimento solidale, cartesiano ortogonale, con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della figura e tale che l'asta  $AB$  si trovi nel IV quadrante, con un angolo di  $\pi/4$  rispetto agli assi (vedi figura). Calcolare la matrice d'iner-



zia del sistema nella terna  $O(x, y, z)$ ; è una terna principale d'inerzia? Qual'è la terna principale d'inerzia  $O(x', y', z')$  che si determina sulla base delle simmetrie materiali del sistema? Calcolare gli elementi della matrice d'inerzia nella terna  $O(x', y', z')$  e, sfruttando il Teorema di Huygens, gli elementi della matrice d'inerzia nella terna  $C(x'', y'', z'')$  avente l'origine nel punto  $C$  e gli assi paralleli a quelli della terna  $O(x', y', z')$ . Infine, determinare la posizione del centro di massa  $P_0$  del sistema e, sempre sulla base delle simmetrie materiali del sistema, determinare la terna principale d'inerzia con origine in  $P_0$ .