

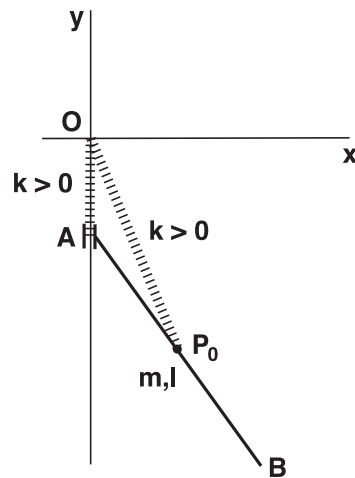
**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2006/2007**  
**Meccanica Razionale**

Nome:.....

N. matr.:.....

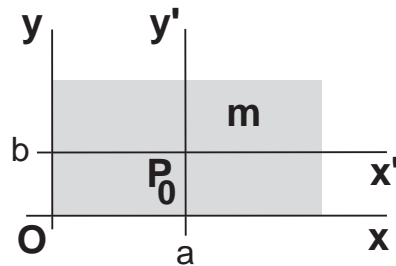
Ancona, 22 giugno 2007

1. Un corpo rigido si muove nello spazio con un punto fisso  $O$ .
  - (i) Determinare il numero dei gradi di libertà;
  - (ii) scrivere e dimostrare l'espressione del momento angolare rispetto ad  $O$ , introducendo la matrice d'inerzia;
  - (iii) supponendo che anche un secondo punto,  $O_1$ , sia fisso, scrivere l'espressione del momento angolare e dell'energia cinetica ed individuare l'asse di Mozzi.
  
2. Un'asta materiale pesante  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $l$  si muove nel piano verticale  $O(x, y)$ . L'estremo  $A$  scorre senza attrito sull'asse  $y$ , mentre l'asta ruota liberamente attorno ad  $A$ . Oltre alla forza peso, sull'asta agiscono due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  che collegano l'origine  $O$  con l'estremo  $A$  dell'asta e con il suo centro di massa  $P_0$  (vedi figura).

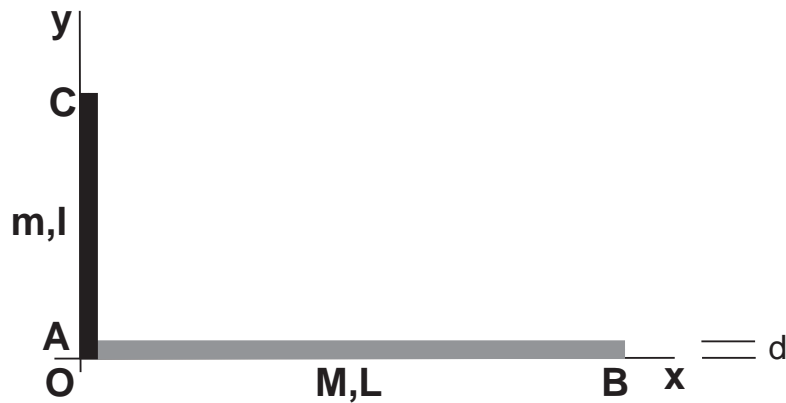


- (i) Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate Lagrangiane;
- (ii) scrivere l'energia cinetica del sistema;
- (iii) scrivere l'energia potenziale del sistema;
- (iv) determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità;
- (v) calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno alle configurazioni di equilibrio stabile nel caso  $mg = kl$ .

3. Calcolare la matrice d'inerzia di una lamina rettangolare omogenea, di lati  $a$  e  $b$  e massa  $m$ , rispetto ad un sistema di riferimento solidale  $O(x, y, z)$  mostrato in figura; utilizzando il teorema di Huygens, calcolare quindi la matrice d'inerzia rispetto al sistema baricentrale  $P_0(x', y', z')$ , pure indicato in figura. Riportare esplicitamente tutti i calcoli.



4. Un corpo rigido è costituito da due lamine rettangolari, di masse  $M$  ed  $m$ , lunghezze  $L$  ed  $l$  ed ugual spessore  $d$  (con  $d \ll L$ ,  $d \ll l$  ed  $l < L$ ), saldate ad angolo retto come in figura.



- (i) Utilizzando soltanto i risultati del punto precedente ed il teorema di Huygens, determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento solidale  $O(x, y, z)$  indicato in figura (con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della figura);
- (ii) è il sistema di riferimento  $O(x, y, z)$  una terna principale d'inerzia?
- (iii) come si potrebbero aggiungere altri due elementi al corpo rigido dato, in modo che il sistema solidale  $O(x, y, z)$  indicato in figura sia principale d'inerzia?