

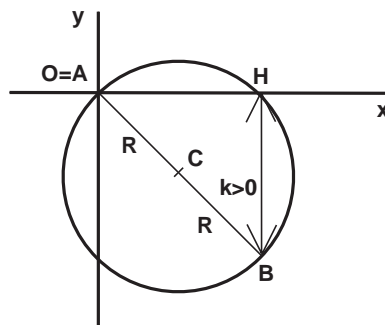
**Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione**  
**Anno Accademico 2005/2006**  
**Meccanica Razionale**

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 20 settembre 2006

1. Un sistema rigido è costituito da un contorno circolare di diametro  $2R$ , centro  $C$  e massa  $M/2$  e da un'asta diametrale  $AB$ , pure di massa  $M/2$ . Il sistema è libero di ruotare nel piano verticale  $O(x, y)$  attorno al punto  $A$  che è fisso e che coincide con l'origine (vedi figura). Una molla di costante elastica  $k > 0$  collega il punto  $B$  con la sua proiezione  $H$  sull'asse  $x$ . Si



chiede di:

- (i) determinare le configurazioni di equilibrio e discuterne la stabilità;
  - (ii) scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni di Lagrange.
2. Una bicicletta di massa  $M$  viaggia su una strada rettilinea con velocità costante  $v$ . Determinare la frazione di energia cinetica portata dalle ruote, considerando ogni ruota costituita da un contorno circolare omogeneo di raggio  $R$  e massa  $m$  e da  $n$  raggi di massa  $\alpha m$ . Si supponga che il contatto delle ruote con la strada sia descritto da un vincolo di rotolamento puro.
  3. È dato un corpo rigido piano di forma qualsiasi. Introdotto un sistema solidale  $O(x, y, z)$ , con l'asse  $z$  perpendicolare al piano della figura e gli assi  $x$  ed  $y$  nel piano della figura, dimostrare che:

(i)  $I_{zz} = I_{xx} + I_{yy}$ ;

(ii)  $I_{xz} = I_{yz} = 0$ .