

Meccanica Razionale

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 20 dicembre 2005

1. Un'asta AB di massa m e lunghezza l è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno all'estremo A , che è fisso. Una molla di costante elastica $k > 0$ collega l'estremo B con la proiezione di B sulla retta orizzontale passante per A . Scrivere le equazioni del moto, utilizzando le equazioni di Lagrange; calcolare quindi la reazione vincolare nel punto A in funzione delle sole coordinate lagrangiane scelte, utilizzando le equazioni cardinali della dinamica e supponendo che l'asta inizi il suo moto da ferma in posizione orizzontale.

2. In un quadrato $ABCD$ di lato L e massa M , il triangolo sopra la diagonale BD ha massa doppia rispetto al triangolo inferiore. Sia O il centro geometrico del quadrato. Calcolare la posizione del centro di massa del quadrato, P_0 ; individuare, in base alle simmetrie materiali, la terna principale d'inerzia $O(x, y, z)$ con l'origine nel centro del quadrato O ; calcolare tutti gli elementi della matrice d'inerzia nella terna principale; utilizzando il teorema di Huygens, calcolare i momenti d'inerzia rispetto ad una terna di assi $P_0(x', y', z')$ centrata nel baricentro e con assi paralleli a quelli della terna principale $O(x, y, z)$ precedentemente individuata; la terna $P_0(x', y', z')$ è anch'essa principale oppure no?

3. Enunciare e dimostrare il teorema di König per un sistema discreto di punti materiali; si provi quindi a formularlo per un sistema con distribuzione continua di massa.