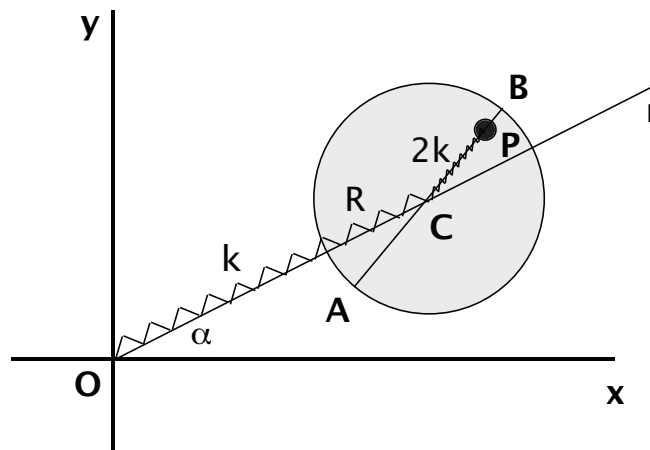


Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2009/2010
Meccanica Razionale

Nome
N. Matricola

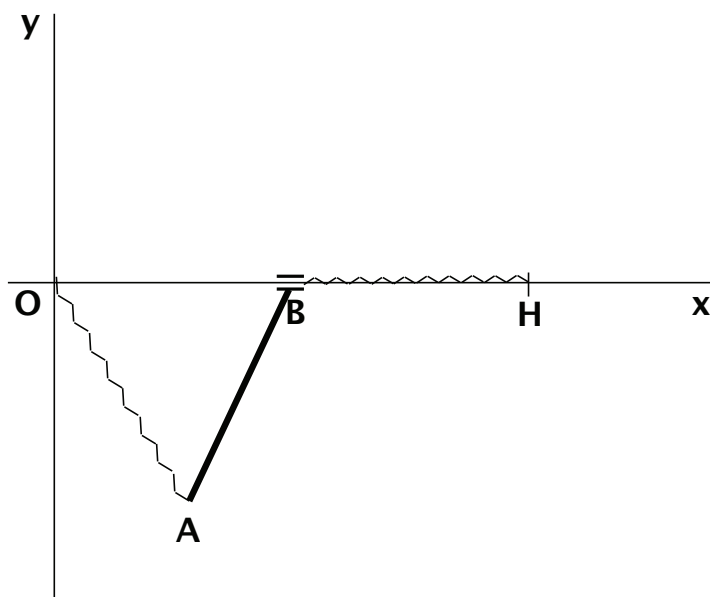
Ancona, 09 settembre 2010

1. (9 punti) Un sistema piano, che si muove nel piano verticale $O(x, y)$, è costituito da un disco omogeneo pesante di massa M , centro C e raggio R , sul quale è praticata una scanalatura diametrale AB , e da un punto materiale P di massa m che è libero di scorrere lungo la scanalatura AB . Il centro del cerchio C scorre senza attrito su una guida r che forma un angolo fisso α con l'asse delle x ed il disco è libero di ruotare attorno al suo centro C . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il centro C con l'origine O ed una seconda molla, di costante $2k$, collega il punto P con in centro C . Scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni di Lagrange.



2. (7 punti) Definire la nozione di configurazione di equilibrio per un sistema di punti materiali e successivamente quella di stabilità secondo Lyapunov; enunciare il primo criterio di Lyapunov ed il criterio di Dirichlet e dimostrarli per un sistema conservativo ad un grado di libertà.

3. (8 punti) Un' asta AB di lunghezza L si muove in un piano orizzontale, con l'estremo B vincolato a scorrere sull'asse x . L'asta può inoltre ruotare attorno a B . Due molle di costante elastica $k > 0$ collegano l'estremo A con l'origine O e l'estremo B con il punto H dell'asse delle x , di ascissa $x = 2L$. Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.



4. (7 punti) Calcolare la matrice d'inerzia di una lamina piana omogenea di massa m costituita dal quadrato $OPQR$, di lato a privato di un quarto di cerchio di raggio a e centro il vertice P , rispetto al sistema solidale mostrato in figura. Determinare quindi le direzioni principali d'inerzia.

