

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007
Meccanica Razionale

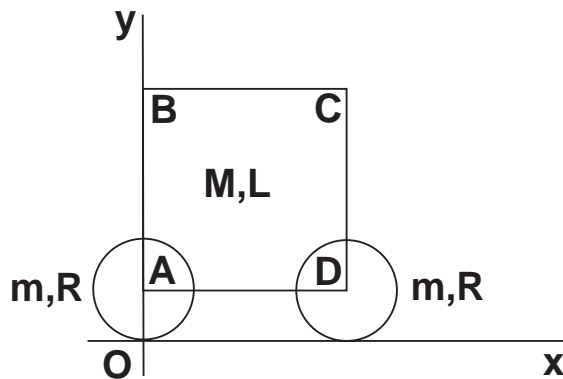
Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 19 maggio 2007

1. Un sistema rigido piano (un carrellino) è costituito una lamina quadrata omogenea $ABCD$, di massa M e lato L e da due dischi omogenei di raggio R e massa m e centri i vertici A e D della lamina. Si chiede di:

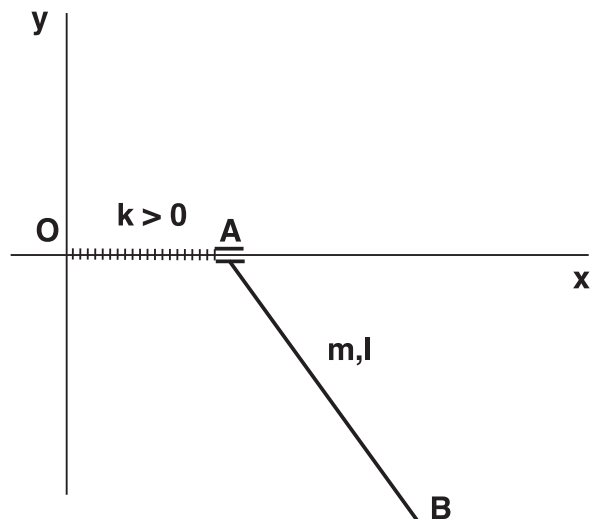
- (i) considerando il carrellino come un singolo corpo rigido (cioè a ruote bloccate), calcolare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento $O(x, y, z)$ mostrato in figura, sfruttando il più possibile il teorema di Huygens;
- (ii) determinare due piani di simmetria materiale ed una qualunque terna principale d'inerzia (con qualsivoglia origine);
- (iii) supponendo ora che il carrellino si muova lungo l'asse x in modo che la lamina abbia velocità costante $\mathbf{v} = v \hat{\mathbf{i}}$ e che le ruote rotolino senza strisciare sull'asse x , si determini la velocità angolare di rotazione delle ruote e l'energia cinetica totale del sistema.



2. (i) Dire quando la funzione vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = F_x(x, y, z) \hat{\mathbf{i}} + F_y(x, y, z) \hat{\mathbf{j}} + F_z(x, y, z) \hat{\mathbf{k}}$ costituisce un campo di forze;
- (ii) dire quando un campo di forze è conservativo;
- (iii) dire quando un campo di forze è irrotazionale;
- (iv) trattare la relazione tra campi conservativi e campi irrotazionali, dimostrando una parte dell'implicazione;
- (v) stabilire la conservatività (o meno) del campo di forze

$$\mathbf{F}(x, y, z) = \frac{1}{x-y} \hat{\mathbf{i}} - \frac{1}{x-y} \hat{\mathbf{j}} + z \hat{\mathbf{k}}.$$

3. (i) Ricavare le equazioni cardinali della dinamica per un sistema generico di punti materiali.
- (ii) Un'asta materiale pesante AB di massa m e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$. L'estremo A scorre senza attrito sull'asse x , mentre l'asta ruota liberamente attorno ad A . Oltre alla forza peso, sull'asta agisce una molla di costante elastica $k > 0$ che collega l'estremo A dell'asta con l'origine O . Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà e scelto opportunamente le coordinate lagrangiane, scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni cardinali della dinamica.



- (iii) Si scrivano le equazioni di Lagrange per il sistema in figura supponendo che sul punto A agisca una forza viscosa del tipo $\mathbf{F}_v = -\lambda \mathbf{v}_A$.