

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007
Meccanica Razionale

Nome:.....

N. matr.:.....

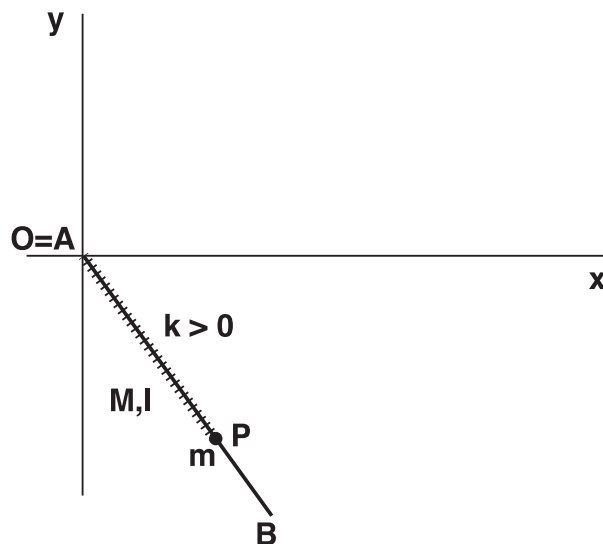
Ancona, 19 luglio 2007

1. (i) Fornire la definizione di configurazione di equilibrio per un sistema olonomo ad l gradi di libertà;
- (ii) enunciare il criterio di Dirichlet per un sistema conservativo generico e giustificarlo in modo semplice nel caso di un grado di libertà;
- (iii) determinare le configurazioni di equilibrio di un sistema materiale a due gradi di libertà sottoposto ad un campo conservativo derivato dall'energia potenziale

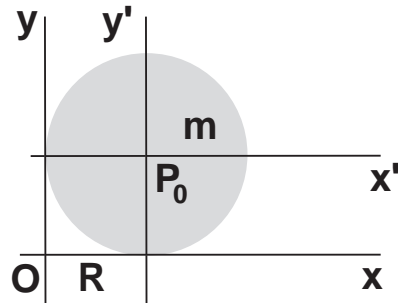
$$V(s, \varphi) = s^2 + l^2 \cos(\varphi)^2 + l s \sin(\varphi)$$

e studiarne la stabilità.

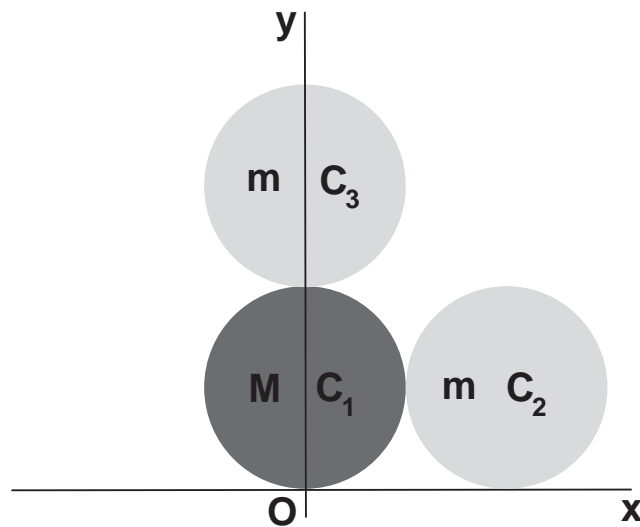
2. (i) Derivare le equazioni di Lagrange per un sistema di punti materiali.
- (ii) Un'asta materiale pesante AB di massa M e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$, libera di ruotare attorno al suo estremo A , che è fisso e coincidente con l'origine. Un punto materiale P di massa m scorre senza attrito lungo l'asta ed è soggetto ad una forza viscosa del tipo $\mathbf{F}_v = -\lambda \mathbf{v}_P$ ed all'azione di una molla di costante elastica $k > 0$ che lo collega con l'estremo A dell'asta. Dopo aver determinato il numero di gradi di libertà e scelto opportunamente le coordinate lagrangiane, scrivere le equazioni del moto utilizzando le equazioni di Lagrange.



3. (i) Dimostrare il teorema di Huygens per il momento d'inerzia di un sistema rigido rispetto ad una retta;
- (ii) Calcolare la matrice d'inerzia di un disco omogeneo, di raggio R e massa m , rispetto al sistema di riferimento baricentrale $P_0(x', y', z')$ mostrato in figura; utilizzando il teorema di Huygens, calcolare quindi la matrice d'inerzia rispetto al sistema $O(x, y, z)$, pure indicato in figura. Riportare esplicitamente tutti i calcoli.



4. Un corpo rigido è costituito da tre dischi pieni omogenei, di centri $C_1 = (0, R)$, $C_2 = (2R, R)$ e $C_3 = (0, 3R)$, masse M ed m , ed ugual raggio R , come in figura.



- (i) Utilizzando soltanto i risultati del punto precedente ed il teorema di Huygens, determinare la matrice d'inerzia nel sistema di riferimento solidale $O(x, y, z)$ indicato in figura (con l'asse z perpendicolare al piano della figura);
- (ii) è il sistema di riferimento $O(x, y, z)$ una terna principale d'inerzia?
- (iii) come si potrebbe aggiungere un terzo elemento al corpo rigido dato, in modo che il sistema solidale $O(x, y, z)$ indicato in figura sia principale d'inerzia?