

Università Politecnica delle Marche
Corsi di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Meccanica Razionale

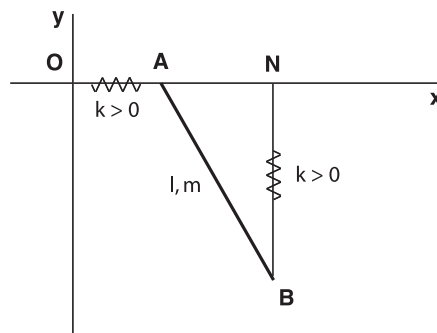
Nome:.....

N. matr.:.....

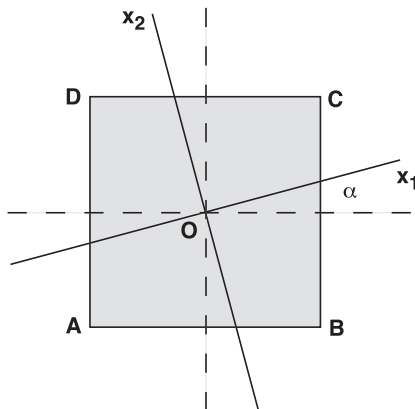
Ancona, 19 aprile 2006

1. Enunciare e dimostrare le formule di Poisson per le derivate temporali dei versori solidali rispetto a quelli fissi.
2. È dato il campo di forze $\mathbf{F} = x\hat{\mathbf{j}} - y\hat{\mathbf{i}}$. È un campo conservativo? È un campo centrale? Fornire una dimostrazione della risposta.
3. Un'asta omogenea AB di massa m e lunghezza l è vincolata a ruotare nel piano verticale $O(x, y)$ attorno all'estremo A che, a sua volta, è libero di scorrere senza attrito sull'asse x . Due molle di ugual costante elastica $k > 0$ collegano l'estremo A con l'origine O e l'estremo B e con il punto N , proiezione di B sull'asse x (vedi figura). Determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità al variare del parametro

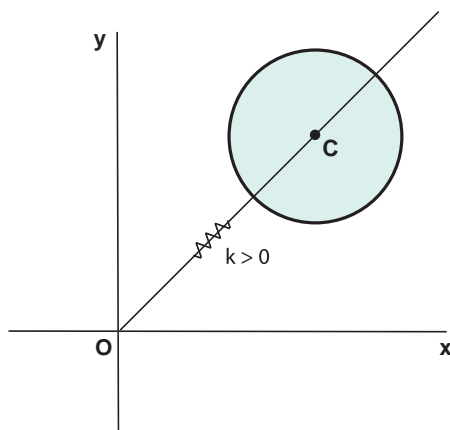
$$\lambda = \frac{mg}{kl}.$$



4. Si consideri una lamina rigida quadrata $ABCD$ e sia O il centro del quadrato; si consideri un sistema di riferimento solidale $O(x_1, x_2, x_3)$ con l'asse x_3 ortogonale al piano della figura e gli assi x_1 ed x_2 sul piano della figura. Se indichiamo con α l'angolo formato dall'asse x_1 con il lato del quadrato, quanto deve valere α affinché si abbia $I_{11} = I_{33}$, dove I_{mn} sono gli elementi della matrice d'inerzia calcolata nel sistema $O(x_1, x_2, x_3)$?



5. Un cerchio di raggio R e massa m si muove nel piano orizzontale $O(x, y)$. Il centro del cerchio, C , è vincolato a scorrere senza attrito su una guida rettilinea passante per l'origine O e che ruota attorno ad O con velocità angolare costante ω (il cerchio è rigido rispetto alla guida). Una molla di costante elastica $k > 0$ unisce inoltre il centro C con l'origine O . Dopo aver calcolato l'energia cinetica e l'energia potenziale del sistema, scrivere e risolvere le equazioni di Lagrange. Si supponga che all'istante $t = 0$ la guida sia disposta lungo l'asse x .



Infine, calcolare la reazione vincolare nel punto C .