

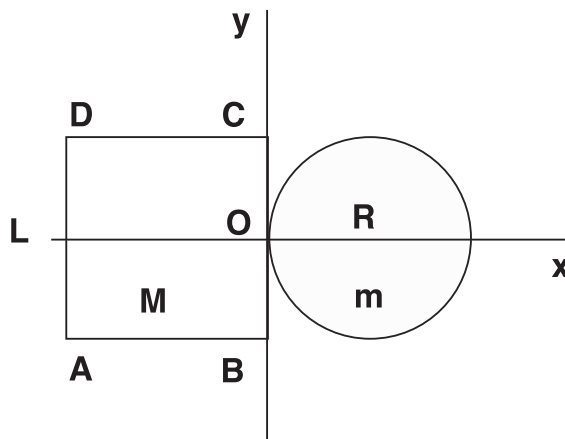
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007
Meccanica Razionale

Nome:.....

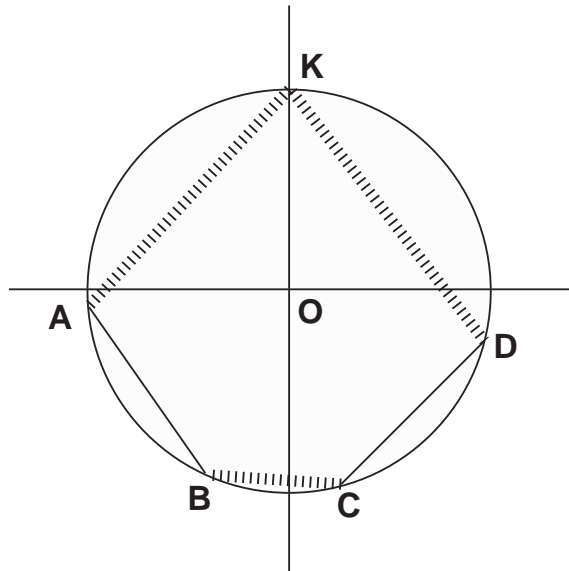
N. matr.:.....

Ancona, 18 dicembre 2007

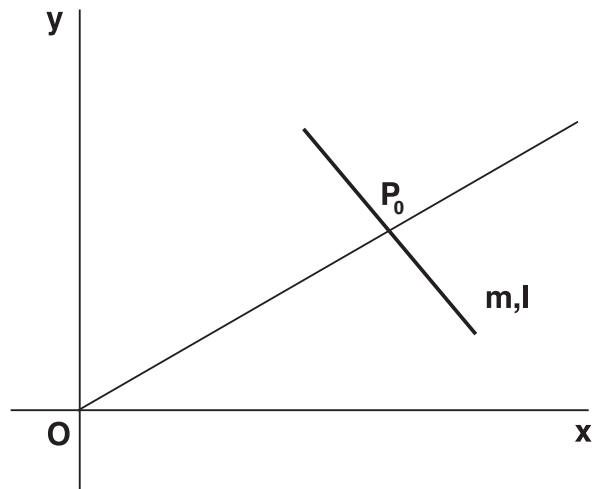
1. (i) Dare la definizione di piano di simmetria materiale per un sistema rigido;
(ii) dimostrare che una retta perpendicolare ad un piano di simmetria materiale è asse principale d'inerzia;
(iii) calcolare la matrice d'inerzia del corpo rigido in figura, costituito da un quadrato $ABCD$ di lato L e massa M e da un disco di raggio $R = L/2$ e massa m , saldato per un punto del bordo al punto medio O del lato BC del quadrato, nel sistema di riferimento $O(x, y, z)$ indicato, con l'asse z perpendicolare al piano della figura;
(iv) scrivere l'energia cinetica del sistema se esso ruota con velocità angolare ω attorno alla retta contenente il lato AD del quadrato.



2. Due aste AB e CD di massa m e lunghezza R si muovono nel piano orizzontale $O(x, y)$ con gli estremi vincolati a scorrere senza attrito sulla circonferenza di centro l'origine e raggio R (vedi figura). Due molle di ugual costante elastica $k > 0$ collegano gli estremi A e D con il punto $K(0, R)$ della circonferenza, ed una terza molla, pure di costante elastica $k > 0$, collega gli estremi B e C fra loro.
 - (i) Determinare il numero di gradi di libertà e scegliere le coordinate lagrangiane;
 - (ii) scrivere l'energia cinetica del sistema;
 - (iii) scrivere l'energia potenziale del sistema;
 - (iv) determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità;
 - (v) calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile.



3. Un'asta materiale pesante AB di massa m e lunghezza l si muove nel piano verticale $O(x, y)$. L'estremo A scorre senza attrito sull'asse x , mentre l'asta ruota liberamente attorno ad A . Oltre alla forza peso, sull'asta agisce una molla di costante elastica $k > 0$ che collega l'estremo A dell'asta con l'origine O . Sull'estremo B agisce inoltre una forza costante \mathbf{F} , di intensità λ e diretta perpendicolarmente alla direzione dell'asta, con verso antiorario (vedi figura). Scrivere le equazioni di Lagrange.



4. Determinare le curve di fase di un punto materiale di massa m che cade verticalmente da un'altezza h nel campo gravitazionale terrestre.