

**Università Politecnica delle Marche**  
Corsi di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione  
Anno Accademico 2005/2006

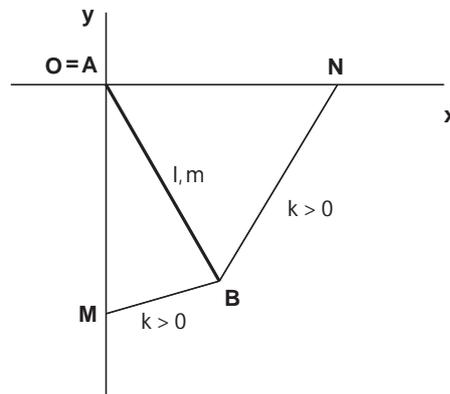
**Meccanica Razionale**

Nome:.....

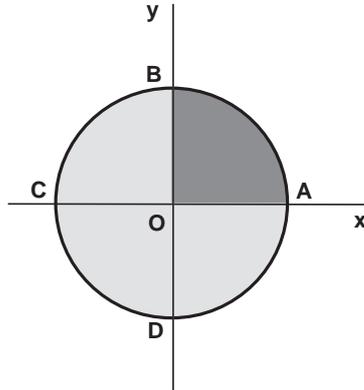
N. matr.:.....

Ancona, 16 gennaio 2006

1. Enunciare e dimostrare le formule di Poisson per la derivata temporale dei versori di un sistema mobile rispetto ad uno fisso.
2. Un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $l$  è vincolata a ruotare in un piano verticale attorno all'estremo  $A$ , che è fisso. Sia  $O(x, y)$  un sistema di riferimento ortogonale fisso nel piano verticale, con  $O \equiv A$ . Due molle di ugual costante elastica  $k > 0$  collegano l'estremo  $B$  con i punti  $M(0, -l)$  ed  $N(l, 0)$  (vedi figura). Determinare l'energia cinetica e l'energia potenziale dell'asta; scrivere le equazioni di Lagrange; determinare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.



3. Un corpo rigido è costituito da un cerchio di massa  $M$ , raggio  $R$  e centro  $O$ , con una distribuzione di massa non uniforme; il quarto di cerchio  $ABO$  ha massa  $m_1$  e la parte rimanente ha massa  $m_2$  (vedi figura). Calcolare



la matrice d'inerzia del sistema nella terna solidale  $O(x, y, z)$  indicata in figura (con l'asse  $z$  ortogonale al piano della figura). È una terna principale d'inerzia? Qual'è la terna principale d'inerzia  $O(x', y', z')$  che si determina sulla base delle simmetrie materiali del sistema? Infine, determinare GRAFICAMENTE la posizione approssimata del centro di massa  $P_0$  del sistema e, sempre sulla base delle simmetrie materiali del sistema, determinare la terna principale d'inerzia con origine in  $P_0$ .