

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007
Meccanica Razionale

Nome:.....

N. matr.:.....

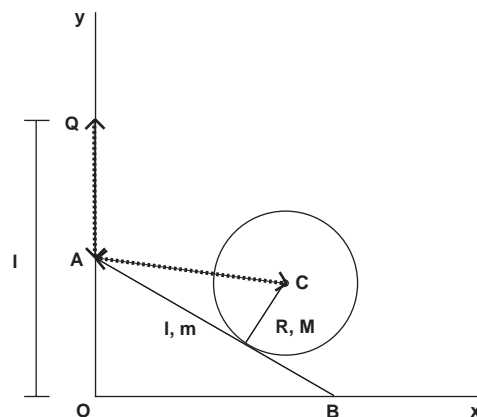
Ancona, 12 gennaio 2007

1. (i) Enunciare e dimostrare le formule di Poisson per la derivata temporale dei versori di un sistema ortogonale;
(ii) determinare il numero di gradi di libertà e, usando le formule di Poisson, la velocità angolare di una lamina triangolare ABC , libera di ruotare attorno al lato AB , che a sua volta giace su una semiretta che ruota con velocità angolare costante Ω attorno alla sua origine O .

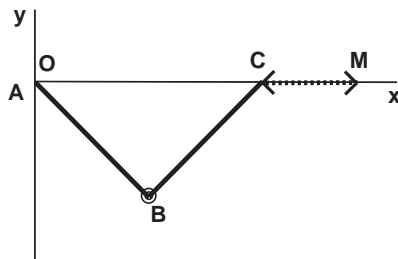
2. Un sistema materiale, costituito da un'asta AB di massa m e lunghezza l e da un disco omogeneo di massa M e raggio R , si muove nel piano verticale $O(x, y)$. Gli estremi A e B dell'asta scorrono senza attrito rispettivamente sull'asse y e sull'asse x , mentre il disco rotola senza strisciare sull'asta. Il centro C del disco è collegato all'estremo A dell'asta da una molla di costante elastica $k > 0$, ed una seconda molla collega l'estremo A dell'asta con il punto Q dell'asse y situato a distanza l sopra l'origine. Utilizzando le equazioni cardinali della statica, determinare tutte le configurazioni di equilibrio e calcolare le reazioni vincolari in tali configurazioni.

La forza elastica dovuta alla molla AC può essere considerata come forza interna o come forza esterna; quali differenze si troverebbero nei due casi?

Attenzione: l'equazione risolutiva per le configurazioni di equilibrio potrebbe non essere risolvibile in forma chiusa: discuterne con il docente.



3. Un punto materiale P si muove nel piano orizzontale $O(x, y)$, sottoposto ad una forza data dal campo vettoriale
- $$\mathbf{F} = [1 - x - 6x^2 - 2y]\hat{\mathbf{i}} - [2(1 + x) + y - 1 + 4y]\hat{\mathbf{j}}.$$
- (i) Dimostrare che tale campo è conservativo e determinarne il potenziale;
- (ii) enunciare il criterio di Dirichlet per la stabilità di una configurazione di equilibrio e giustificarlo per un sistema ad un grado di libertà. Usando tale criterio, calcolare tutte le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.
4. Due aste materiali pesanti AB e BC di ugual massa m e lunghezza l , aventi l'estremo B in comune, si muovono nel piano verticale $O(x, y)$. L'estremo A è fisso e coincide con l'origine, mentre l'estremo C scorre senza attrito sull'asse x ed inoltre le due aste sono libere di ruotare attorno all'estremo comune B . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega C con un punto fisso M dell'asse x , posto a distanza $2l$ dall'origine. Si chiede di:



- (i) Scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema;
- (ii) Determinare le reazioni vincolari interne ed esterne presenti nel sistema, nella posizione in cui le due aste sono disposte orizzontalmente dalla parte del semiasse x positivo, supponendo che all'istante iniziale l'asta AB sia disposta lungo l'asse y con A sotto l'origine.

Attenzione: nel punto (ii), i calcoli da espletare sono piuttosto pesanti; è sufficiente, ai fini della risoluzione dell'esercizio, arrivare alla definizione corretta di tutte le grandezze che compaiono nel calcolo delle reazioni vincolari, senza effettuare tutte le sostituzioni.