Corso di Laurea in Ingegneria Gestionale - Sede di Fermo
Anno Accademico 2009/2010
Matematica 2

Nome ....

N. Matricola .... Fermo, 17 aprile 2010

Domande teoriche.

1. Enunciare le condizioni sulla matrice Hessiana che corrispondono agli estremi locali di una funzione reale di due variabili reali.
2. Enunciare il problema di Cauchy per le equazioni differenziali ordinarie del second'ordine a coefficienti costanti e dimostrarne esistenza ed unicità della soluzione.
3. Enunciare il problema di Cauchy per le equazioni differenziali ordinarie del prim'ordine e dimostrarne esistenza ed unicità della soluzione.
4. Dire sotto quali condizioni una funzione $f : I \to \mathbb{R}^n$, con $I \in \mathbb{R}$ rappresenta una curva nello spazio $\mathbb{R}^n$. Dare la definizione di curva semplice, curva piana, curva chiusa e curva regolare. Classificare quindi la curva (detta "astroide") data da

Esercizi.

1. Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{aligned} y' &= x^2 y - x^2 \\ y(0) &= 2. \end{aligned}$$
2. Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x,y) = x\,y\,e^{x-y}$$
3. Calcolare la lunghezza dell'arco di elica cilindrica dato dall'equazione parametrica
$$\begin{aligned} x &= R\,\sin\varphi \\ y &= R\,\cos\varphi \\ z &= a\,\varphi \end{aligned}$$

4. Risolvere l'equazione differenziale
$$y'' - y' - 2\,y = 3\,e^{-2\,x}$$
con le condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

5. Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y) = e^{-x^4 - y^4 + 2(x-y)^2}$$

6. Calcolare e classificare gli estremi liberi della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y) = \sin^2 x + \cos y$$

7. Risolvere l'equazione differenziale
$$y'' + 3\,y' + 2\,y = 2\,e^{x}$$
con le condizioni iniziali $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

8. Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y) = x\,y\,e^{x^2 - y^2}$$

9. Risolvere l'equazione differenziale
$$y'' - 3\,y' + 2\,y = 2\,e^{-x}$$
con le condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

10. Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y) = e^{y\,x^2 - x^4 - y^3}$$

11. Risolvere il problema di Cauchy
$$\begin{aligned} &y' = x^2 y - x^2 \\ &y(0) = 2. \end{aligned}$$

12. Risolvere l'equazione differenziale
$$y'' - 5\,y' + 6\,y = 5\,\sin x$$
con le condizioni iniziali $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

13. Calcolare e classificare i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$$f(x, y) = x\,y\,e^{x-y}$$

14. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D \left(x^2 + 2\,y^2\right) dx\,dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq x\}$.

15. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D \left(x + \sqrt{1-y}\right) dx\,dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1 - x\}$.

16. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D \left(y + \sqrt{1+x}\right) dx\,dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0,\ 0 \leq y \leq x + 1\}$.

17. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D (x + y)\, dx\,dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2,\ 0 \leq y \leq 1/x\}$.

18. Calcolare l'integrale doppio

$$\int\int_D x\,y\, dx\,dy$$

dove D è il dominio costituito dall'unione dei due quadrati $\{(x, y) : 0 \leq x \leq 1,\ 0 \leq y \leq 1\}$ e $\{(x, y) : -1 \leq x \leq 0,\ -1 \leq y \leq 0\}$ e dai due quarti di cerchio di raggio $R = 1$, centro l'origine e situati nel secondo e quarto quadrante.

19. Calcolare la lunghezza dell'arco di elica cilindrica dato dall'equazione parametrica

$$\begin{aligned} x &= R\,\sin\varphi \\ y &= R\,\cos\varphi \\ z &= a\,\varphi \end{aligned}$$