Corso di Laurea in Ingegneria Informatica
Anno Accademico 2009/2010
Matematica 1

Nome ....

N. Matricola .... Ancona, 15 luglio 2010

Istruzioni.

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e Domande teoriche, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, detto **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio in ciascun gruppo di domande.

Domande elementari.

1. (4 punti) Risolvere le disequazioni

$$\sqrt{\frac{2\,e^x-1}{2\,e^x+1}} > 0$$
$$\ln\frac{e^x+3}{e^x-1} < 0$$

$\sqrt{\frac{2e^x-1}{2e^x+1}} > 0$ sempre purché $\frac{2e^x-1}{2e^x+1} > 0$ $\quad 2e^x+1>0 \;\forall x$

$2e^x-1>0 \quad \underline{x>-\ln 2}$

$\ln\frac{e^x+3}{e^x-1} < 0$ Intanto, deve essere $\frac{e^x+3}{e^x-1} > 0$ $\quad e^x+3>0 \;\forall x$

$e^x-1>0 \quad \underline{x>0}$

poi: $\frac{e^x+3}{e^x-1} < 1 \qquad e^x+3 < e^x-1$

$3<-1 \qquad \underline{\text{MAI}}$

Esercizi

1) $f(x) = \dfrac{(4e^{-x}-1)(e^{-x}+2)}{e^{-x}-1}$ $\lim_{x\to 0^{\pm}} f(x) = \mp\infty$

Dominio $x \neq 0$ $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$

$f(x)=0$ quando $4e^{-x}-1=0$

$e^{-x} = \frac{1}{4}$, $e^{x}=4$ $x = 2\ln 2 \simeq 1.4$

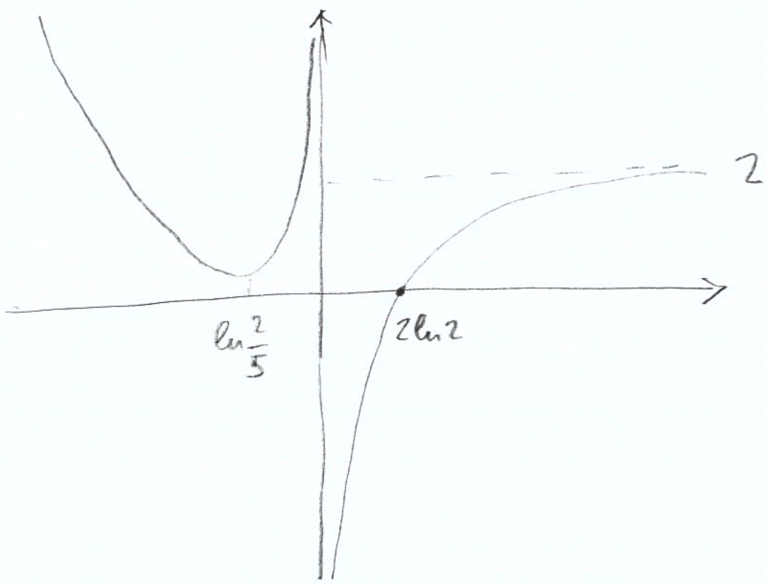
$$f'(x) = \frac{(e^{-x}-1)\left[-4e^{-x}(e^{-x}+2) - e^{-x}(4e^{-x}-1)\right] + e^{-x}(4e^{-x}-1)(e^{-x}+2)}{(e^{-x}-1)^2} =$$

$$= e^{-x}\,\frac{-4e^{-2x}+8e^{-x}+5}{(e^{-x}-1)^2}$$

$f'(x)=0$ $(e^{-x})_{1,2} = \dfrac{-4\pm\sqrt{36}}{-4} = \begin{cases} +\frac{5}{2} \\ \cancel{-\frac{1}{2}} \end{cases}$

NON ACC.

$e^{-x} = \frac{5}{2}$ $e^{x} = \frac{2}{5}$ $x = \ln\frac{2}{5} \simeq -0.9$



Esercizi

2) $\langle f \rangle = \frac{1}{2} \int_0^2 x \ln(1+|x-1|)\, dx =$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \int_0^1 x \ln(1+1-x)\, dx + \int_1^2 x \ln(1+x-1)\, dx \right\} =$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \int_0^1 x \ln(2-x)\, dx + \int_1^2 x \ln x\, dx \right\}$$

$$\int x \ln(2-x)\, dx = \frac{x^2}{2} \ln(2-x) + \int \frac{x^2}{2} \frac{1}{2-x}\, dx = \frac{x^2}{2} \ln(2-x) + \frac{1}{2} \int \frac{x^2-4+4}{2-x}\, dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} \ln(2-x) - \frac{1}{2} \int (x+2)\, dx - 2 \ln(2-x) = \left(\frac{x^2}{2} - 2\right) \ln(2-x) - \frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)$$

$$\int x \ln x\, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x}\, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} = \frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1)$$

$$\langle f \rangle = \frac{1}{2} \left\{ -\frac{3}{4} + 2 \ln 2 + 2 \ln 2 - 1 + \frac{1}{4} \right\} = \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2} + 4 \ln 2 \right)$$

3) Solo f_1 è lineare. $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

4) $z^3 = -8$ $\quad z = \sqrt[3]{-8} = \begin{cases} 2 e^{i\pi/3} \\ -2 \\ 2 e^{-i\pi/3} \end{cases}$