

Università Politecnica delle Marche  
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione  
Anno Accademico 2008/2009

Matematica 1  
Appello del 24 giugno 2009

Nome:.....  
N. matr.:.....

Ancona, 24 giugno 2009

**Istruzioni.**

- Il foglio con il testo, compilato con nome e cognome, ed eventualmente numero di matricola, va consegnato assieme alla bella copia. Non si consegnano brutte copie.
- I due gruppi di domande, intitolati **Domande elementari** e **Domande teoriche**, vanno scritti in ordine di comparsa sul foglio del testo e vanno scritti su un foglio diverso dal terzo gruppo di domande, **Esercizi**.
- Per l'ammissione all'orale, lo studente dovrà raggiungere un punteggio totale di almeno 16/30 e raccogliere almeno la metà del punteggio di ciascun gruppo di domande.

**Domande elementari.**

1. (2 punti) Risolvere la disequazione

$$e^{-4x} - e^{-2x} - 12 > 0.$$

2. (2 punti) Risolvere l'equazione

$$e^{4x} + e^{2x} - 12 = 0$$

### Domande teoriche.

- (i) (3 punti) Enunciare e dimostrare il teorema della media del calcolo integrale.

(ii) (3 punti) È data la funzione  $f : [-\pi/4, \pi/4] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi/4 \\ -\cos x, & -\pi/4 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

Calcolarne il valor medio e discutere l'applicabilità del teorema.

- (i) (4 punti) Enunciare e dimostrare il teorema del confronto per i limiti delle successioni di numeri reali.

(ii) (2 punti) Dare le definizioni di successione limitata, regolare, irregolare, convergente, e di successione monotona.

### Esercizi.

- (4 punti) Calcolare l'integrale

$$\int_{-3}^{-1/2} |x+2| |\ln|x|| dx$$

- (4 punti) Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{e^{2x} + 2}{1 - e^x} + 6.$$

- (4 punti) Utilizzando il criterio del confronto asintotico, discutere la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{\sin(x/4)} - \sqrt{x/2}} dx.$$

- (2 punti) Calcolare tutte le soluzioni complesse dell'equazione

$$x^4 + 6x^2 - 7 = 0,$$

rappresentarle graficamente sul piano complesso e determinarne il modulo e l'argomento.

## Domande elementari

$$1) \quad y = e^{-2x} \quad y^2 - y - 12 > 0$$

$$y < -3 \quad \text{N.A.}$$

$$y > 4 \quad e^{-2x} > 4$$

$$2) \quad y = e^{2x} \quad y^2 + y - 12 = 0$$

$$-2x > \ln 4$$

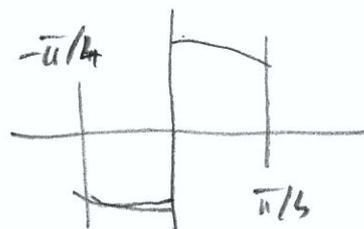
$$y_{1,2} = \begin{cases} -4 \\ 3 \end{cases} \quad \text{N.A.}$$

$$\boxed{x < -\ln 2}$$

$$e^{2x} = 3 \quad 2x = \ln 3 \quad x = \ln \sqrt{3}$$

## Domande teoriche

$$1) \quad \langle f \rangle = \frac{1}{\pi/2} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} f(x) dx = 0$$



Temine non applicabile

## Esercizio

$$1) \quad \int_{-3}^{-1/2} |x+2| |\ln |x|| dx = - \int_{-3}^{-2} (x+2) \ln(-x) dx + \int_{-2}^{-1} (x+2) \ln(-x) dx$$

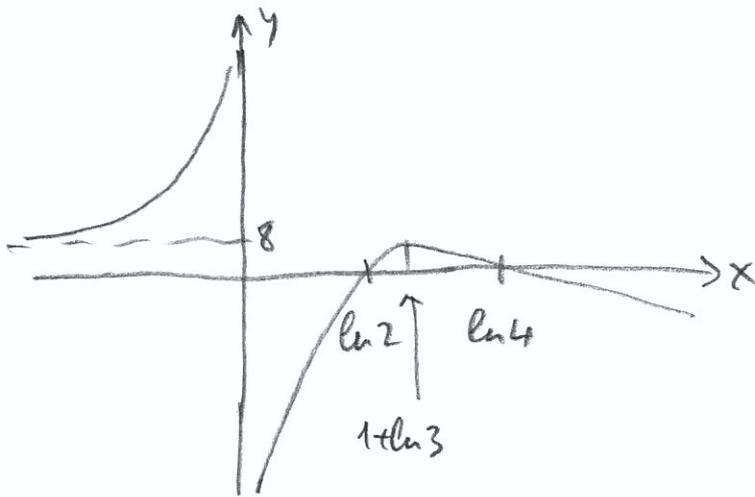
$$= \int_{-1}^{-1/2} (x+2) \ln(-x) dx = \frac{5 + 50 \ln 2 - 24 \ln 3}{16}$$

$$2) f(x) = \frac{e^{2x} + 2}{1 - e^x} + 6 \quad D: x \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 8 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = \mp \infty$$

$$f'(x) = \frac{e^x [2 - e^x (e^x - 2)]}{(e^x - 1)^2} \quad f'(x) = 0 \quad x = \ln(1 + \sqrt{3})$$

$$f(x) = 0 \quad \mu \quad x = \ln 2, \ln 4$$



$$3) \sqrt{\ln(x/4)} - \sqrt{x}/2 \sim -\frac{x^{5/2}}{384}, \quad x \rightarrow 0$$

NON  
INTEGRABILE

$$4) x^2 = y - 3 \Rightarrow y_{1,2} = -3 \pm \sqrt{16} = \begin{matrix} -7 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} x_{1,2} = i\sqrt{7}, -i\sqrt{7} \\ x_{3,4} = 1, -1 \end{matrix}$$

