

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 4 novembre 2006

Nome:.....

N. matr.:..... Ancona, 4 novembre 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trascendente

$$(\ln x)^2 + \ln x - 2 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$\sqrt{x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}.$$

3. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$1 + (\tan x)^2 \leq 4$$

Domande teoriche.

1. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

la funzione “gradino” di Heaviside. Dire se nel punto $x = 0$ la funzione possiede derivata sinistra, derivata destra e se è derivabile.

2. Determinare i punti stazionari della funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{\cos^3 t + \cos t \sin^2 t}{t^2 + 1} dt$$

3. Determinare i punti di non derivabilità della funzione $f(x) = |2x^2 + 3x + 1|$ ed indicarne la natura (ad es. cuspidi, punti angolosi od altro)

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(1/n) - \ln(1/n^2)}{\ln(1/n^2) - \ln(1/n^3)} n$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1/x) - \ln(1/x^2)}{\ln(1/x^2) - \ln(1/x^3)} x$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - x - 2}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-2}^1 |2x^2 + x - 1| e^{|x|} dx.$$

4. Determinare i primi due termini dello sviluppo in serie di Taylor della funzione

$$f(x) = 8 \frac{1 + x/2 - \sqrt{1 + x^2}}{x^2}$$

per $x \rightarrow 0$.