

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 30 giugno 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 30 giugno 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$4 \sin^2 x - 1 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$x^4 + x^2 - 2 = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$\log^2 x - \log x - 2 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Utilizzando la definizione di limite, verificare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1} = 1.$$

2. Si consideri la funzione $f(x) = 1/(1 + \sin |x|)$, $x \in [-\pi/4, \pi/4]$. Dire se il punto $x = 0$ è massimo locale per $f(x)$, se è un punto stazionario, e se si applica il teorema di Fermat.
3. Si calcoli il valor medio della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sin(x - \pi/2), & -\pi/2 \leq x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \pi/2 \end{cases}$$

nell'intervallo $x \in [-\pi/2, \pi/2]$. Dire se si può applicare il teorema della media e giustificare la risposta.

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{e^{2n} + 2e^n + 1} - \sqrt{e^{2n} - e^n + 1} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x + 2} - \sqrt{x^2 - x + 2} \right)$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = e^x (x^3 - 3x^2)^{1/3}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-2}^1 |x|^3 e^{-x^2} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x - \log(1+x)} dx$$