

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 30 giugno 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 30 giugno 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$4 \sin^2 x - 1 \geq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$x^4 - x^2 - 2 = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$\log^2 x + \log x - 2 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Utilizzando la definizione di limite, verificare che

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n^2 + 2} = 1.$$

2. Sia $f(x) = \sin^2 x$, $x \in [0, 2\pi]$. Determinare, se esistono, due numeri reali a e b , con $0 \leq a < b \leq 2\pi$, tali che $f(b) - f(a) = 2(b - a)$.

3. Si calcoli il valor medio della funzione

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 1, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

nell'intervallo $x \in [-1, 1]$. Dire se si può applicare il teorema della media e giustificare la risposta.

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n + 2} - \sqrt{n^2 - 2n + 2} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{e^{2x} + 5e^x + 1} - \sqrt{e^{2x} - 3e^x + 1} \right)$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = x^2 e^{\frac{2x+1}{2x-1}}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-2}^1 |x|^3 \sqrt{4 - x^2} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{x^{3/2}}{x - \log(1 + x)} dx$$