

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 2 agosto 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 2 agosto 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$4 \cos^2 x - 1 \geq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$x^4 - 2x^2 - 3 = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$\log(\cos^2 x + 3/4) = 0.$$

Domande teoriche.

1. Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ e $\{c_n\}$ tre successioni reali di numeri positivi tali che $a_n b_n < 1$ e $b_n c_n > 1$. Sia inoltre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = l.$$

Stabilire la convergenza della successione $\{b_n\}$ e, in caso affermativo, calcolarne il limite.

2. Sia $f(x) = e^{-x}$, $x \in [0, 1]$. Determinare, se esistono, due numeri reali a e b , con $0 \leq a < b \leq 1$, tali che $f(b) - f(a) = -2(b - a)$.

3. Stabilire, in base al teorema del confronto asintotico, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sin \sqrt{x}}.$$

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{(\log n)^2 + 3 \log n + 1} - \sqrt{(\log n)^2 - 2 \log n + 1} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x + \sin x} - \sqrt{x^2 - x + \sin x} \right)$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2 \log x}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_0^6 \frac{|2 - \sqrt{8 - x}|}{(10 - x)\sqrt{8 - x}} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{(x + \log x)^2} dx$$