

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 2 agosto 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 2 agosto 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$4 \cos^2 x - 1 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$x^4 + 2x^2 - 3 = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$\log(\sin^2 x + 3/4) = 0.$$

Domande teoriche.

1. Siano $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ e $\{c_n\}$ tre successioni reali di numeri positivi tali che $a_n b_n > 1$ e $b_n c_n < 1$. Sia inoltre

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = l.$$

Stabilire la convergenza della successione $\{b_n\}$ e, in caso affermativo, calcolarne il limite.

2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & -\infty < x < 0 \\ -x^2, & 0 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Stabilire se $f(x)$ è derivabile in $x = 0$ e, se sì, calcolarne la derivata.

3. Sia

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{x^4 + x^2 + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Sia inoltre

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt.$$

Determinare i punti stazionari della funzione integrale $F(x)$ e stabilirne la natura (massimi, minimi o flessi).

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n + \sin n} - \sqrt{n^2 - 2n + \sin n} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{(\log x)^2 + 5 \log x + 1} - \sqrt{(\log x)^2 - \log x + 1} \right)$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \log(1 + x^2 e^x)$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_6^{15} \frac{|3 - \sqrt{x-3}|}{x\sqrt{x-3}} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{(x + \log x)^2} dx$$