

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1
Appello del 22 giugno 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 22 giugno 2007

Domande elementari.

1. Risolvere l'equazione

$$(x^2 - 4) \ln(x - 1) = 0.$$

2. Risolvere la disequazione

$$4 \sin^4 x + 3 \sin^2 x - 1 < 0.$$

Domande teoriche.

1. (i) Enunciare e dimostrare il teorema di de l'Hospital.

- (ii) Verificare l'applicabilità del teorema di de l'Hospital ai seguenti limiti, giustificando la risposta:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x-1},$$
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+1}.$$

2. (i) Enunciare e dimostrare il teorema del valor medio di Lagrange.

- (ii) Verificare l'applicabilità del teorema di Lagrange alle seguenti funzioni, giustificando la risposta:

$$f(x) = |\sin x|, \quad x \in [-\pi/2, \pi/2]$$
$$f(x) = \sin x, \quad x \in [-\pi/2, \pi/2].$$

Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x \frac{\ln(x + \cos x) - \ln(x - \cos x)}{\cos x}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-2}^2 |x| \sqrt{|x+1|} dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x e^{-|x+1|}}{6x+1}.$$

4. Determinare i primi tre termini dello sviluppo di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{\sin^2 x + \cos x - 1}{x^2}$$

attorno ad $x = 0$.