

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1
Appello del 22 giugno 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 22 giugno 2007

Domande elementari.

1. Risolvere l'equazione

$$x \ln x^2 = 0.$$

2. Risolvere la disequazione

$$4 \cos^4 x + 3 \cos^2 x - 1 > 0.$$

Domande teoriche.

1. (i) Enunciare e dimostrare il teorema di de l'Hospital.

- (ii) Verificare l'applicabilità del teorema di de l'Hospital ai seguenti limiti, giustificando la risposta:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x},$$
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x}.$$

2. (i) Enunciare e dimostrare il teorema del valor medio di Lagrange.

- (ii) Verificare l'applicabilità del teorema di Lagrange alle seguenti funzioni, giustificando la risposta:

$$f(x) = |x|, \quad x \in [-1, 1]$$
$$f(x) = x, \quad x \in [-1, 1].$$

Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x \frac{\ln(x + \sin x) - \ln(x - \sin x)}{\sin x}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-2}^2 |x| \sqrt{|x-1|} dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x e^{-|x-1|}}{6x-1}.$$

4. Determinare i primi tre termini dello sviluppo di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{1 - \cos x + x \sin x}{x^2}$$

attorno ad $x = 0$.