

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 22 aprile 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 22 aprile 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$x^4 - 2x^2 - 8 \geq 0.$$

2. Risolvere l'equazione trigonometrica

$$2 \sin^2 x - \sin 2x = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$e^{2x} - 2e^x - 8 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Dato $\epsilon > 0$, determinare per quali valori di n risulta definitivamente

$$\frac{1}{2^n} < \epsilon.$$

2. Sia $f(x) = 1 - |x|$, $x \in [-1, 1]$. Determinare, se esiste, il punto $c \in (-1, 1)$ cui si applica il teorema del valor medio (o di Lagrange).

3. Sia $f(x)$ una funzione continua nell'intervallo $[a, b]$, con $a < b$, tale che $f(a) = 0$ ed $f(x) < (x - a)^2$ per $x \in (a, b]$. Stabilire, in base al teorema del confronto, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_a^b \frac{dx}{f(x)}.$$

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n^2 + n + 1)}{\log(n - 1)}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow \pi/2} \log\left(\frac{\cos x}{\pi/2 - x}\right)$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 \sqrt{1+x}}{1-2x}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-2}^0 \frac{|x+1|}{6x^2 - 5x + 1} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{x - \sin x}$$