

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 22 aprile 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 22 aprile 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$x^4 - 2x^2 - 8 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione trigonometrica

$$\cos 2x - \cos x = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$2e^{2x} - e^x - 1 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime tali che

$$a_n \sim n^2 \text{ e } b_n \sim \frac{1}{n}.$$

Quale di queste affermazioni è vera?

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} b_n = 0$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} b_n$ è una forma indeterminata;
3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} b_n = \infty$; 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} b_n = 1$.

2. Sia

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x/2, & 0 \leq x \leq 1/2 \\ -1 - x/2, & 1/2 < x \leq 1. \end{cases}$$

Stabilire se $f(x)$ è derivabile in $x = 1/2$ e, se sì, calcolarne la derivata.

3. Sia $f(x)$ una funzione continua tale che $f(x) = 0$ per $x = 0$, $f(x) < 0$ per $x < 0$ ed $f(x) > 0$ per $x > 0$. Sia inoltre

$$F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt.$$

Stabilire la natura del punto $x = 0$ per la funzione $F(x)$ (massimo? minimo? flesso? altro?)

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(2^{3n} + 1)}{\log(2^n - 1)}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(3^x)}{2^x}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{x \sin x}{1 + \cos x}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-\pi}^{\pi} e^{|x|} \sin^2 x \, dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos x}$$