

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 22 aprile 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 22 aprile 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$x^4 - 8x^2 - 9 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione trigonometrica

$$\sin x - \sin 2x = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$e^{2x} - 8e^x - 9 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime tali che

$$a_n \sim \frac{1}{n^2} \text{ e } b_n \sim \frac{1}{n}.$$

Quale di queste affermazioni è vera?

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n}/b_n = 0$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n}/b_n = 1$;
3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n}/b_n = \infty$; 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n}/b_n$ è una forma indeterminata.

2. Si consideri la funzione $f(x) = 1/(1 + |x|)$, $x \in (-\infty, +\infty)$. È il punto $x = 0$ un massimo locale per $f(x)$? Se sì, è anche un punto stazionario? Si applica il teorema di Fermat?

3. Sia $f(x)$ una funzione continua nell'intervallo $[a, b]$, con $a < b$, tale che $f(a) = 0$ ed $f(x) > \sqrt{x-a}$ per $x \in (a, b)$. Stabilire, in base al teorema del confronto, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_a^b \frac{dx}{f(x)}.$$

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(e^{-n})}{2^{-n}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \log^2 x - \log x + 1}{\log^2 x - 1}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2 - 3e^x + e^{2x}}{6e^{2x} - 5e^x + 1}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-\sqrt{8}}^{\sqrt{3}} \frac{|x|e^{\sqrt{x^2+1}}}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{x - \log(1+x)}$$