

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 22 aprile 2006

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 22 aprile 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$x^4 - 8x^2 - 9 \geq 0.$$

2. Risolvere l'equazione trigonometrica

$$\cos 2x + \sin x = 0.$$

3. Risolvere l'equazione trascendente

$$2e^{2x} + e^x - 1 = 0.$$

Domande teoriche.

1. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime tali che

$$a_n \sim \log n \quad \text{e} \quad b_n \sim \frac{1}{n^2}.$$

Quale di queste affermazioni è vera?

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$; 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n/b_n = 0$;
3) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n/\sqrt{b_n} = 0$; 4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \infty$.

2. Sia $f(x) = \sin x$, $x \in \mathbb{R}$. Determinare, se esistono, due numeri reali a e b , con $a < b$, tali che $f(b) - f(a) = 3(b - a)$.

3. Sia

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

Dire se si può applicare il teorema della media alla funzione $f(x)$ e giustificare la risposta.

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(e^{-n})}{3^{-n}}$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(2^x + 1)}{\log(2^x - 1)}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{\log x}{x(\log x + 1)}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{2}} \frac{|x| + 2}{x^2 + 2} dx$$

4. Stabilire la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{1 - e^x}$$