

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 20 settembre 2006

Nome:.....

N. matr.:..... Ancona, 20 settembre 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trascendente

$$4e^{-2x} + 3e^{-x} - 1 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$\sqrt{1 + 4x - 4x^2} = \sqrt{2x - x^2}.$$

3. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$4\cos^4 x + 13\cos^2 x - 12 \geq 0.$$

Domande teoriche.

1. Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ e sia $\{b_n\}$ la successione $b_n = (a_n - 1)\cos n$. Stabilire la convergenza della successione $\{b_n\}$ e, in caso affermativo, calcolarne il limite.
2. Utilizzando il teorema dei valori intermedi, dimostrare che la funzione $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x$ ha almeno quattro zeri nell'intervallo $[0, 2\pi]$.
3. Stabilire, in base al teorema del confronto asintotico, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt{x}} - 1}$$

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sin \frac{1}{n} + 1 - e^{-1/n} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/x} - e^{1/x^2}}{e^{1/x^2} - e^{1/x^3}}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2 \cos x + 1}{2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_e^{1/e} \frac{|\ln x|}{x(\ln x + 2)} dx.$$

4. Determinare i primi due termini dello sviluppo in serie di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{1 + x - e^x}{x^2}$$

per $x \rightarrow 0$.