

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2005/2006

Matematica 1
Appello del 20 settembre 2006

Nome:.....

N. matr.:..... Ancona, 20 settembre 2006

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione trascendente

$$e^{2x} + 3e^x - 4 \leq 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$\sqrt{4x^2 - 4x - 1} = \sqrt{x^2 - 2x}.$$

3. Risolvere la disequazione trigonometrica

$$4 \sin^4 x - 13 \sin^2 x - 12 \leq 0.$$

Domande teoriche.

1. Sia $\{a_n\}$ una successione tale che $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 1$ e sia $\{b_n\}$ la successione $b_n = (a_n - 1) \sin n$. Stabilire la convergenza della successione $\{b_n\}$ e, in caso affermativo, calcolarne il limite.
2. Utilizzando il teorema dei valori intermedi, dimostrare che la funzione $f(x) = \sin x - \cos x$ ha almeno due zeri nell'intervallo $[0, 2\pi]$.
3. Stabilire, in base al teorema del confronto asintotico, la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{dx}{e^x - 1}$$

Esercizi.

1. Calcolare i seguenti limiti:

$$(a) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sin \frac{1}{n} + 1 - e^{1/n} \right)$$

$$(b) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/x^2} - e^{1/x^3}}{e^{1/x} - e^{1/x^2}}$$

2. Studiare la funzione

$$f(x) = \frac{2 \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2}$$

3. Calcolare il valore dell'integrale

$$\int_e^{1/e} \frac{\ln x}{x(|\ln x| + 1)} dx.$$

4. Determinare i primi due termini dello sviluppo in serie di Taylor della funzione

$$f(x) = \frac{x - \sin x}{x^3}$$

per $x \rightarrow 0$.