

Università Politecnica delle Marche
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1
Appello del 20 marzo 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 20 marzo 2007

Domande elementari.

1. Risolvere la disequazione

$$x \cos x < 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$e^{4x} + e^{2x} - 12 = 0.$$

Domande teoriche.

1. (i) Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi per le funzioni continue.

(ii) Si consideri la funzione $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & -1 \leq x \leq 0 \\ -x^2 & 0 < x \leq 1. \end{cases}$$

Determinarne l'immagine e dire se si applica il teorema dei valori intermedi, giustificando la risposta.

2. Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno per le successioni. Si considerino quindi le successioni

$$a_n = \sin \frac{(-1)^n}{n}, \quad b_n = \sin \frac{(-1)^n}{n^2}, \quad c_n = \sin^2 \frac{(-1)^n}{n}.$$

A quale (o quali) di queste si applica il teorema della permanenza del segno? Giustificare la risposta.

Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{e^x - 1} - \sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-2}^2 |x^3 - x| dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln(1 + x) - \arctan x.$$

4. Per quali valori di α e β le matrici

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \beta & 2 \end{pmatrix}$$

commutano?