

Università Politecnica delle Marche  
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica e dell'Automazione  
Anno Accademico 2006/2007

Matematica 1  
Appello del 20 marzo 2007

Nome:.....

N. matr.:.....

Ancona, 20 marzo 2007

**Domande elementari.**

1. Risolvere la disequazione

$$x \cos x > 0.$$

2. Risolvere l'equazione

$$e^{4x} - e^{2x} - 12 = 0.$$

**Domande teoriche.**

1. Determinare le equivalenze asintotiche delle funzioni

(i)  $f(x) = x \sin(2/x) - 2$

(ii)  $g(x) = \log(1 + 2/x) - 2/x$

(iii)  $h(x) = e^{1/x}$

(iv)  $u(x) = \sqrt{1 + 3/x} - 3/(2x)$

per  $x \rightarrow +\infty$ . Verificare infine se il risultato trovato vale anche nel limite  $x \rightarrow -\infty$ .

2. (i) Enunciare e dimostrare la regola della catena per la derivata di una funzione composta.
- (ii) Siano  $f$  e  $g$  le due funzioni  $f(x) = x^2 + 1$  e  $g(x) = \sqrt{1-x}$ . Discutere la derivabilità della funzione composta  $g \circ f$ .

## Esercizi.

1. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - (\sin x)/x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$$

2. Calcolare il seguente integrale

$$\int_{-\pi/2}^{\pi} |x| |\cos x| dx$$

3. Studiare la funzione

$$f(x) = \sqrt{1 + 2x} - \ln(4x).$$

4. Per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x - 3y + z & = 1 \\ x + y - \alpha z & = 0 \\ 3x - 2y + 2z & = \beta \end{cases}$$

ammette infinite soluzioni?